

九州大学大学院システム情報科学府

情 報 学 専 攻

情報知能工学専攻

平成27年度入学試験問題

【平成26年8月21日（木）、22日（金）】

数学 (Mathematics)

(7枚中の1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め7枚、解答用紙は3枚つづり(1分野につき1枚)である。
You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
- 以下の6分野から3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。
Select 3 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	微分方程式	Differential equation	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	複素関数論	Complex function theory	5
5	確率・統計	Probability and statistics	6
6	記号論理学	Symbolic logic	7

- 解答用紙の全部に、専攻名、コース名(情報学専攻を除く)、選択分野番号(○で囲む)、受験番号および氏名を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, course name (except the department of informatics), the selected field number (mark with a circle), your examinee number and your name.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

実ベクトル空間 \mathbf{R}^N にベクトル $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k$ が与えられているとする。 $A = \sum_{i=1}^k \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \in \mathbf{R}^{N \times N}$ とおく。ただし、 \mathbf{x}_i^T は \mathbf{x}_i の転置を表す。また、実ベクトル $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^N$ に対し、

$$\sigma_{\mathbf{u}} = \sqrt{\sum_{i=1}^k (\mathbf{u}^T \mathbf{x}_i)^2}$$

と定義する。このとき、以下の各問に答えよ。

- (1) 任意の実ベクトル $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^N$ に対し、 $\sigma_{\mathbf{u}}^2 = \mathbf{u}^T A \mathbf{u}$ が成り立つことを示せ。
- (2) A の固有値がすべて非負であることを示せ。
- (3) ある実行列 B が存在して、 $A = B^T B$ が成り立つことを示せ。
ヒント： A は実対称行列なので対角化可能。
- (4) 任意の $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^N$ に対し、 $\sigma_{\mathbf{u}} + \sigma_{\mathbf{v}} \geq \sigma_{\mathbf{u}+\mathbf{v}}$ が成り立つことを示せ。
ヒント：問 (3) の行列 B による変換 $\mathbf{z} \mapsto \tilde{\mathbf{z}} = B\mathbf{z}$ ($\mathbf{z} \in \mathbf{R}^N$) を用いよ。

We are given vectors $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k$ in a real vector space \mathbf{R}^N . Let $A = \sum_{i=1}^k \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T \in \mathbf{R}^{N \times N}$, where \mathbf{x}_i^T denotes the transpose of \mathbf{x}_i . For a real vector $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^N$, let

$$\sigma_{\mathbf{u}} = \sqrt{\sum_{i=1}^k (\mathbf{u}^T \mathbf{x}_i)^2}.$$

Answer the following questions.

- (1) Show that $\sigma_{\mathbf{u}}^2 = \mathbf{u}^T A \mathbf{u}$ holds for any real vector $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^N$.
- (2) Show that the eigenvalues of A are all non-negative.
- (3) Show that there exists a real matrix B such that $A = B^T B$.
Hint: A is diagonalizable since it is real symmetric.
- (4) Show that $\sigma_{\mathbf{u}} + \sigma_{\mathbf{v}} \geq \sigma_{\mathbf{u}+\mathbf{v}}$ holds for any \mathbf{u} and \mathbf{v} in \mathbf{R}^N .
Hint: Consider the transformation $\mathbf{z} \mapsto \tilde{\mathbf{z}} = B\mathbf{z}$ ($\mathbf{z} \in \mathbf{R}^N$) with the matrix B in (3).

数学 (Mathematics)

(7枚中の3)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

2. 【微分方程式 (Differential equation) 分野】

次の微分方程式を解け。

$$(1) (2xy^3 - e^x \cos y)dx + (3x^2y^2 + e^x \sin y)dy = 0$$

$$(2) \left(y + \frac{-2y}{x^2 - y^2} \right) dx + \left(x + \frac{2x}{x^2 - y^2} \right) dy = 0$$

Solve the following differential equations.

$$(1) (2xy^3 - e^x \cos y)dx + (3x^2y^2 + e^x \sin y)dy = 0$$

$$(2) \left(y + \frac{-2y}{x^2 - y^2} \right) dx + \left(x + \frac{2x}{x^2 - y^2} \right) dy = 0$$

数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において、 x, y, z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ とする。次の各問に答えよ。

- (1) 点 $(1,0,1)$ から点 $(0,1,1)$ にいたる曲線 C に沿って、次の線積分を計算せよ。

$$\int_C \frac{x^2 dx + dy + z dz}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad C : x^2 + y^2 = 1 \ (x \geq 0, y \geq 0), \ z = 1$$

- (2) ベクトル場を $\mathbf{F} = ze^{2xy}\mathbf{i} + 2xy \cos y\mathbf{j} + (x + 2y)\mathbf{k}$ とする。点 $(2,0,3)$ における $\nabla \times \mathbf{F}$ 、及び $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F})$ を計算せよ。

The unit vectors on x, y and z axes of Cartesian coordinates are denoted \mathbf{i}, \mathbf{j} and \mathbf{k} , respectively. Answer the following questions.

- (1) Evaluate the line integral along the following curve C from $(1,0,1)$ to $(0,1,1)$.

$$\int_C \frac{x^2 dx + dy + z dz}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad C : x^2 + y^2 = 1 \ (x \geq 0, y \geq 0), \ z = 1$$

- (2) Let the vector field $\mathbf{F} = ze^{2xy}\mathbf{i} + 2xy \cos y\mathbf{j} + (x + 2y)\mathbf{k}$. Evaluate $\nabla \times \mathbf{F}$ and $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F})$ at the point $(2,0,3)$.

数学 (Mathematics)

(7枚中の5)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

4. 【複素関数論 (Complex function theory) 分野】

次の積分の値を複素積分を用いて求めよ。ただし、 $0 < p < 1$, $n = 0, 1, 2, \dots$ とする。

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos n\theta}{1 + p \cos \theta} d\theta$$

Evaluate

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos n\theta}{1 + p \cos \theta} d\theta$$

using complex integration, where $0 < p < 1$ and $n = 0, 1, 2, \dots$.

数学 (Mathematics)

(7枚中の6)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

5. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

21枚のカードがある。カードには $A, B, C, 1, 2, \dots, 9$ のいずれかが書かれており、 A, B, C の書かれたカードは各1枚ずつ、 $1, 2, \dots, 9$ の書かれたカードは各2枚ずつある。試行「21枚のカードから一様ランダムに1枚選ぶ」を繰り返す。以下の各問に答えよ。

- (1) A または B または C が1回現れるまでに要した試行の回数を X とする。 X の期待値を求めよ。
- (2) A, B, C のいずれもが1回以上現れるまでに要した試行の回数を Y とする。 Y の期待値を求めよ。
- (3) $1, 2, \dots, 9$ のいずれもが1回以上現れるまでに要した試行の回数を Z とする。 Z の期待値と Y の期待値のいずれが大きいか？理由とともに答えよ。
- (4) 試行を n 回繰り返したとき、 A, B, C のいずれもが1回以上現れている確率を P とする。 P を n の式で表せ。

There are 21 cards labeled with each of $A, B, C, 1, 2, \dots, 9$. For each of A, B, C , there is one card labeled with it, and for each of $1, 2, \dots, 9$, there are two cards labeled with it. Consider to repeat trials each of which is “to draw one from 21 cards uniformly at random.” Answer the following questions.

- (1) Let X denote the number of trials repeated until any one of A, B, C appears. Find the expectation of X .
- (2) Let Y denote the number of trials repeated until each of A, B, C appears at least once. Find the expectation of Y .
- (3) Let Z denote the number of trials repeated until each of $1, 2, \dots, 9$ appears at least once. Establish which is greater, the expectation of Z or the expectation of Y .
- (4) Let P denote the probability that each of A, B, C appears at least once after n trials. Describe P using n .

数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

6. 【記号論理学 (Symbolic logic) 分野】

- (1) シーケント $p, \neg(q \wedge r) \vdash (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r)$ を自然演繹法で証明せよ。
- (2) $\phi = (p \leftrightarrow (q \vee r)) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (r \leftrightarrow \neg p)$ とする。
 - (a) ϕ を CNF に変換せよ。
 - (b) ϕ の充足不能性を導出法により示せ。
- (3) (a) 以下の文を述語論理式で表せ。但し、述語 $H(x):x$ は英雄, $F(x):x$ は落伍者, $A(x, y):x$ は y を賞賛する, を使用せよ。
 - i. 誰もが英雄を賞賛する。
 - ii. 落伍者は誰をも賞賛する。
 - iii. 英雄でない人は落伍者である。
 - iv. 互いに賞賛し合う (異ならずともよい) 人の対が存在する。(b) iv は $i \wedge ii \wedge iii$ の論理的帰結であることを示せ。

- (1) Give a natural deduction proof of the sequent

$$p, \neg(q \wedge r) \vdash (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r).$$

- (2) Let $\phi = (p \leftrightarrow (q \vee r)) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (r \leftrightarrow \neg p)$.
 - (a) Convert ϕ into CNF.
 - (b) Show by resolution that ϕ is unsatisfiable.
- (3) (a) Put the following sentences into predicate formulas. Use the predicates $H(x):x$ is a hero, $F(x):x$ is a failure, and $A(x, y):x$ admires y .
 - i. Everyone admires a hero.
 - ii. A failure admires everyone.
 - iii. Anyone who is not a hero is a failure.
 - iv. There is a pair of individuals (not necessarily distinct) who admire each other.(b) Show that iv is a logical consequence of $i \wedge ii \wedge iii$.

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め29枚、解答用紙は3枚つづり2部(1分野につき1部)である。
You are given 29 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).
- 以下の6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected, and use a separate answer sheet for each question.

分野	e	a e
電気回路	i c it the	
情報理論	I mati the	
オートマトンと言語	A t mata a ma a a es	0
電磁気学	E ect ma etism	
アルゴリズム/プログラミング	A ithms a ammi	0
計算機アーキテクチャ	m te a chitect e	

- 解答用紙の全部に、専攻名、コース名(情報知能工学専攻のみ)、選択分野名、受験番号、氏名および問題番号を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, the course name (only for the department of advanced information technology), the selected field, your examinee number, your name, and the question number.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の2)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect e s t the e s a a s e the esti s se a set a s e sheets
 each the e s se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

1. 【電気回路 (Circuit theory) 分野】

【問1】～【問4】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】 図1の回路について、以下の問いに答えよ。
 ただし、 $|V_1|=|V_2|=|V_3|$ であり、各素子値の単位は Ω である。

- (1) $V_1, V_2, V_3, I_L, I_C, I_R$ の関係を表すフェーザ図を描け。
- (2) I_L と I_R との位相差 $\arg\left(\frac{I_L}{I_R}\right)$ を求めよ。
- (3) X_1 の値が3であるとき、 X_2 および抵抗 R の値を求めよ。

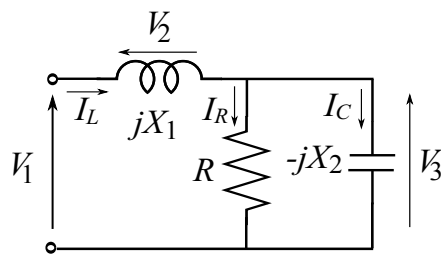
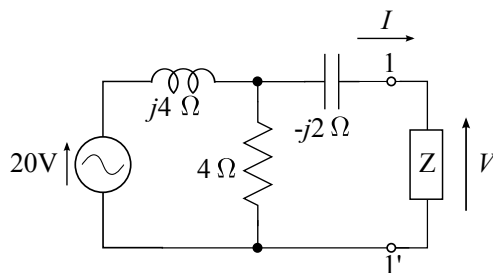


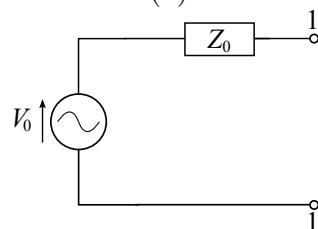
図1

【問2】 図2 (a) の回路において、 $Z=R+jX \Omega$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 図2 (a) の端子対 1-1' の左側の2端子回路が図2 (b) と等価であるとする。 V_0 と Z_0 を求めよ。
- (2) 図2 (a) の負荷が $Z=1+j \Omega$ である時、電圧 V 、電流 I 、負荷 Z における複素電力 P_c 、消費電力 P を求めよ。
- (3) 図2 (a) の負荷 $Z=R+jX \Omega$ において R も X も可変である時、 Z での消費電力 P が最大となる Z を求め、その時の P の値を求めよ。



(a)



(b)

図2

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の3)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect es t the e sa ase the esti s se a set a se sheets
 each the e s se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

【問3】 図3の回路について、以下の問いに答えよ。
 ただし、電源 E_1 と E_2 の角周波数を ω とする。

- (1) 閉路電流 I_1, I_2, I_3 に対する閉路方程式を求めよ。
- (2) $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 6 \text{ V}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $\omega L = 2 \Omega$, $(\omega C)^{-1} = 2 \Omega$ のとき、閉路電流 I_1, I_2, I_3 を求めよ。

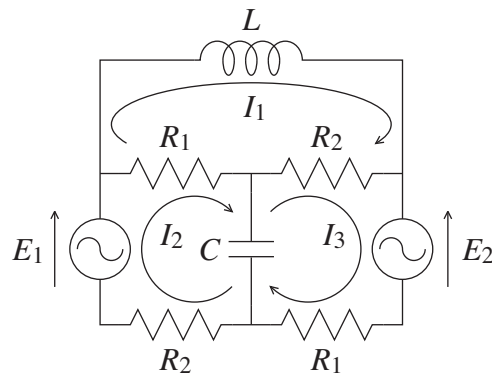


図3

【問4】 図4の回路について、以下の問いに答えよ。
 ただし、 $e_1(t) = \sin t \text{ V}$, $E_2 = 0.5 \text{ V}$, $R = 1 \Omega$, $C = 1 \text{ F}$ とする。

- (1) スイッチが S_1 に接続されたまま回路が定常状態に達しているとき、電流 $i(t)$ と電荷 $q(t)$ を求めよ。
- (2) スイッチが S_1 に接続されたまま回路が定常状態に達し、その後、時刻 $t = 0$ においてスイッチを S_1 から S_2 に切り替えた。このとき、時刻 $t > 0$ における電流 $i(t)$ を求めよ。

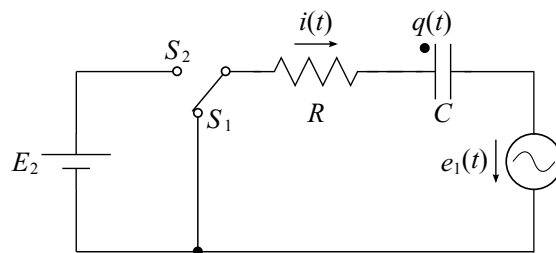


図4

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の4)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
 大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select one subject from the subjects and answer each question on the answer sheet for each subject.

Select two out of the four questions 【Q1】 ~ 【Q4】 and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where $|V_1|=|V_2|=|V_3|$, and the values of elements are Ω in units. Answer the following questions.

- (1) Draw a phasor diagram representing the relation among $V_1, V_2, V_3, I_L, I_C, I_R$.
- (2) Find the phase difference of $\arg\left(\frac{I_L}{I_R}\right)$.
- (3) Determine the values of X_2 and R , when the value of X_1 is 3.

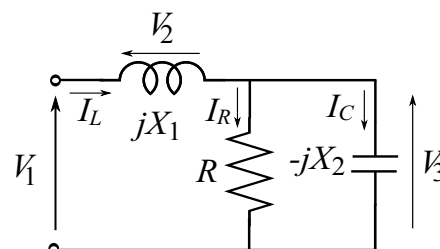
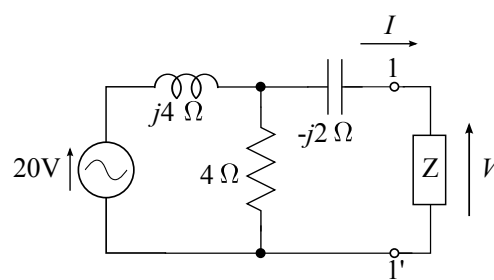


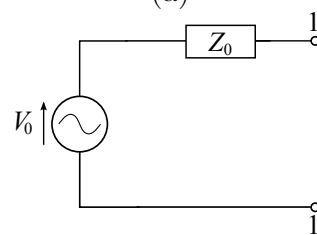
Fig. 1

【Q2】 Consider the circuit shown in Fig. 2(a), where $Z=R+jX \Omega$. Answer the following questions.

- (1) Find the voltage V_0 and the impedance Z_0 so that the circuit in the left side of terminals 1-1' shown in Fig. 2(a) is equivalent to the circuit shown in Fig. 2(b).
- (2) Find the voltage V , the current I , the complex power P_c and the power consumption P at the load Z when $Z=1+j \Omega$ in Fig. 2(a).
- (3) When the power consumption P at the load Z is maximized with respect to R and X , find the maximized power consumption P and the value of Z .



(a)



(b)

Fig. 2

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
 大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect e s t the e s a a s e the esti s se a set a s e sheets
 each the e s se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

【Q3】 Consider the circuit shown in Fig. 3, where the sources E_1 and E_2 have the same angular frequency ω . Answer the following questions.

- (1) Write the mesh equations using the mesh currents I_1 , I_2 and I_3 as variables.
- (2) Find the mesh currents I_1 , I_2 and I_3 under the assumption that $E_1 = 12$ V, $E_2 = 6$ V, $R_1 = 1$ Ω , $R_2 = 2$ Ω , $\omega L = 2$ Ω and $(\omega C)^{-1} = 2$ Ω .

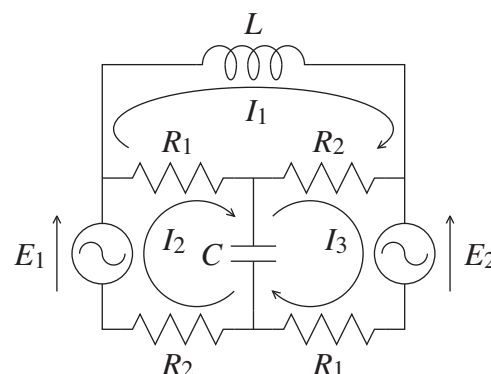


Fig. 3

【Q4】 Consider the circuit shown in Fig. 4, where $e_1(t) = \sin t$ V, $E_2 = 0.5$ V, $R = 1$ Ω , and $C = 1$ F. Answer the following questions.

- (1) The switch is connected to S_1 , and the circuit is in steady state. Find the current $i(t)$ and the charge $q(t)$.
- (2) The switch is connected to S_1 , and the circuit is in steady state. Then, the switch is switched from S_1 to S_2 at the time $t = 0$. Find the current $i(t)$ for the time $t > 0$.

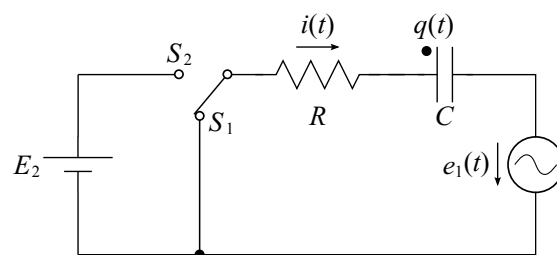


Fig. 4

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の6)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect e s t the e s a a s e the esti s se a set a s e sheets
each the e s se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

2. 【情報理論 (Information theory) 分野】

次の各問い (【問1】【問2】) に答えよ。

【問1】 確率変数 $X \in \{0, 1\}, Y \in \{0, 1, 2\}$ の同時確率が次の表のように与えられている。ただし α は、 $0 \leq \alpha \leq 1$ を満たすパラメータである。以下の各問いに答えよ。(数値を求める問いでは、 $\log_2 3, \log_2 5$ などはそのままでよい。)

$X \setminus Y$	0	1	2
0	$1/3$	$\alpha/4$	$1/6$
1	$1/6$	$(1 - \alpha)/4$	$1/12$

- (1) Y のエントロピー $H(Y)$ を求めよ。
- (2) $H(X)$ を α と 2 値エントロピー関数 $h(p) = -p \log_2 p - (1 - p) \log_2 (1 - p), 0 \leq p \leq 1$ (ただし $0 \log 0 = 0$ と約束する) を用いて書け。
- (3) α を動かすときの $H(X)$ の最大値を求めよ。また、最大値を達成する α を答えよ。
- (4) α を動かすときの $H(X)$ の最小値を求めよ。また、最小値を達成する α を答えよ。
- (5) X と Y の相互情報量 $I(X; Y)$ を α と 2 値エントロピー関数を用いて書け。
- (6) α を動かすときの $I(X; Y)$ の最小値を求めよ。また、最小値を達成する α を求めよ。

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の7)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect es t the e sa a se the esti s se a set a s e sheets
each the e s se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti

【問2】 入力が X ，出力が Y であるアナログ通信路が $Y = X + Z$ で与えられているとする。ただし、 Z は平均0，分散 $\sigma^2 > 0$ のガウス雑音である。すなわち，その確率密度関数は次式で与えられる。

$$p_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-z^2}{2\sigma^2}\right).$$

また，入力 X は平均0分散1のガウス分布に従い， X と Z は独立であると仮定する。このとき以下の各問いに答えよ。ただし，以下では \log は自然対数を表す。

(1) 確率変数の対 (X, Z) の同時確率密度関数 $p_{XZ}(x, z)$ を求めよ。

(2) $X = x$ のもとでの Y の条件付確率密度関数 $p_{Y|X}(y|x)$ を求めよ。

(3) 相互情報量

$$I(X; Y) = E_{XY} \left(-\log p_Y(Y) + \log p_{Y|X}(Y|X) \right)$$

を求めよ。ただし， p_Y は Y の周辺確率密度関数を表す。

(4) 通信路の出力が $Y = y$ であったとき， X の条件付き確率密度関数 $p_{X|Y}(x|y)$ が最大となる x の値を求めよ。

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の8)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect est the esa ase the estis seaset ase sheets
each the es se ecte a seasetate ase sheet each esti

Answer the following questions (**【Q1】【Q2】**).

【Q1】 A joint distribution of random variables $X \in \{0, 1\}$ and $Y \in \{0, 1, 2\}$ is given by the following table, where α is a parameter satisfying $0 \leq \alpha \leq 1$. (You may leave logarithms in your answer.)

$X \setminus Y$	0	1	2
0	$1/3$	$\alpha/4$	$1/6$
1	$1/6$	$(1 - \alpha)/4$	$1/12$

- (1) Find the entropy $H(Y)$ of Y .
- (2) Express $H(X)$ by using α and the binary entropy function $h(p) = -p \log_2 p - (1 - p) \log_2(1 - p)$ for $0 \leq p \leq 1$ with the convention $0 \log 0 = 0$.
- (3) Find the maximum value of $H(X)$ with respect to α and the α that attains the maximum value.
- (4) Find the minimum value of $H(X)$ with respect to α and the α that attains the minimum value.
- (5) Express the mutual information $I(X; Y)$ of X and Y using α and the binary entropy function.
- (6) Find the minimum value of $I(X; Y)$ with respect to α and the α that attains the minimum value.

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の9)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect e s t the e s a a s e the esti s se a set a s e sheets
each the e s se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

【Q2】 Suppose that an analog communication channel with input X and output Y is given by $Y = X + Z$, where Z is a Gaussian noise with mean 0 and variance $\sigma^2 > 0$, that is, its probability density function is given by

$$p_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-z^2}{2\sigma^2}\right).$$

Further suppose that the input X is the Gaussian random variable with mean 0 and variance 1, and that X and Z are independent. Answer the following questions, where \log denotes the natural logarithm.

- (1) Find the joint probability density function $p_{XZ}(x, z)$ of the pair of random variables (X, Z) .
- (2) Find the conditional probability density function $p_{Y|X}(y|x)$ of Y under the condition that $X = x$.
- (3) Find the mutual information

$$I(X; Y) = E_{XY}\left(-\log p_Y(Y) + \log p_{Y|X}(Y|X)\right),$$

where p_Y denotes the marginal probability density function of Y .

- (4) Assuming the output of the channel is $Y = y$, find the value of X which maximizes the conditional probability density function $p_{X|Y}(x|y)$.

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の10)

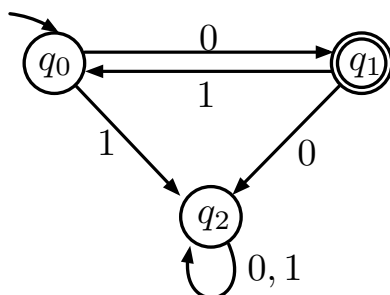
分野から 分野を選び解答すること. 選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ. また, 大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ.

ect est the esa ase the esti s se a set a s e sheets
each the e s se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti

3. 【オートマトンと言語 (Automata and formal languages) 分野】

次の各問い (【問1】【問2】) に答えよ.

【問1】以下の状態遷移図を持つ有限オートマトン $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ に対し, 次の各問いに答えよ. ただし, $K, \Sigma, \delta, q_0, F$ は, それぞれ状態の集合, アルファベット, 遷移関数, 初期状態, 最終状態の集合を表し, $\Sigma = \{0, 1\}$ とする.



- (1) M が文字列 01010 を受理するときの状態遷移を与えよ.
- (2) M が受理する長さ 3 の文字列をすべて列挙せよ.
- (3) M が受理する言語を与えよ.
- (4) M から次の定義にしたがい構成される非決定性有限オートマトン $M' = (K', \Sigma, \delta', \{q'_0\}, F')$ の状態遷移図を与えよ. ただし, $a \in \Sigma$ とする.

$$K' = K \cup \{q'_0\} \quad (q'_0 \notin K)$$

$$F' = F \cup \{q'_0\}$$

$$\delta'(q'_0, a) = \begin{cases} \{\delta(q_0, a), q_0\} & (\delta(q_0, a) \in F \text{ のとき}) \\ \{\delta(q_0, a)\} & (\text{そうでないとき}) \end{cases}$$

$$\delta'(q, a) = \begin{cases} \{\delta(q, a), q_0\} & (\delta(q, a) \in F \text{ のとき}) \\ \{\delta(q, a)\} & (\text{そうでないとき}) \end{cases}$$

- (5) M' が受理する長さ 3 以下の文字列をすべて列挙せよ.
- (6) M' が受理する言語を与えよ.

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の11)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
 大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

ect est the esa ase the esti s se a set a s e sheets
 each the e s se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti

【問2】 プッシュダウンオートマトン $M = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ に対し、次の各問いに答えよ。ただし、 $K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F$ はそれぞれ状態の集合、入力アルファベット、プッシュダウンスタック（プッシュダウンストア）のアルファベット、遷移関係、初期状態、プッシュダウンスタックの初期記号、最終状態の集合とし、 $K = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, Z_0\}$, $F = \{q_0\}$ とする。 δ は次表で与えられる。

$\delta(p, c, Z)$	$\{(q, \alpha)\}$
$\delta(q_0, a, Z_0)$	$\{(q_1, aZ_0)\}$
$\delta(q_1, a, Z_0)$	$\{(q_1, aZ_0)\}$
$\delta(q_1, a, a)$	$\{(q_1, aa)\}$
$\delta(q_1, \varepsilon, Z_0)$	$\{(q_0, \varepsilon)\}$
$\delta(q_1, b, a)$	$\{(q_1, \varepsilon)\}$

- (1) M の状態遷移図を与えよ。
- (2) M によって最終状態と空スタックで受理される長さ4の文字列をすべて列挙せよ。
- (3) M が文字列 $w = abaabb$ を受理するときの計算状況の列を与えよ。ただし、計算状況を $(p, w, \beta) \in K \times \Sigma^* \times \Gamma^*$ と表す。 p, w, β は、それぞれ状態、読み残されている入力文字列、プッシュダウンスタック上の文字列を表す。
- (4) M によって最終状態と空スタックで受理される言語 $L(M)$ を言葉で説明せよ。

専門科目 (Special subjects)

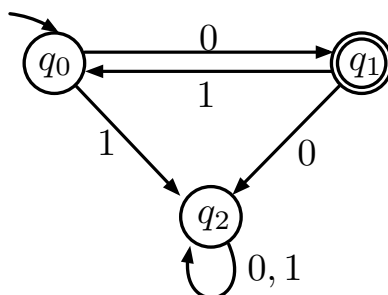
(29枚中の12)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
 大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect es t the es a ase the esti s se a set a s e sheets
 each the e s se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti

Answer the following questions (**【Q1】 【Q2】**).

【Q1】 Answer the following questions for the finite-state automaton $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ which has the following state transition diagram. Here K, Σ, δ, q_0 , and F represent the set of the states, the alphabet, the transition function, the initial state, and the set of the final states, respectively. Let $\Sigma = \{0, 1\}$.



- (1) Give the state transition when M accepts the string 01010.
- (2) Give all strings of length 3 that M accepts.
- (3) Give the language that M accepts.
- (4) Give a state transition diagram of the non-deterministic finite automaton $M' = (K', \Sigma, \delta', \{q'_0\}, F')$ defined from M as follows:

$$K' = K \cup \{q'_0\} \quad (q'_0 \notin K),$$

$$F' = F \cup \{q'_0\},$$

$$\delta'(q'_0, a) = \begin{cases} \{\delta(q_0, a), q_0\} & (\text{if } \delta(q_0, a) \in F) \\ \{\delta(q_0, a)\} & (\text{otherwise}) \end{cases},$$

$$\delta'(q, a) = \begin{cases} \{\delta(q, a), q_0\} & (\text{if } \delta(q, a) \in F) \\ \{\delta(q, a)\} & (\text{otherwise}) \end{cases},$$

where $a \in \Sigma$.

- (5) Give all strings of length no greater than 3 that M' accepts.
- (6) Give the language that M' accepts.

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の13)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
 大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect est the esa ase the estis seaset ase sheets
 each the es se ecte a seasetate ase sheet each esti

【Q2】 Answer the following questions for a pushdown automaton $M = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$, where $K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0$, and F represent the set of the states, the input alphabet, the alphabet for the pushdown stack (pushdown store), the transition relation, the initial state, the start symbol for the pushdown stack, and the set of the final states, respectively. Let $K = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, Z_0\}$, $F = \{q_0\}$, and δ be defined by the following table.

$\delta(p, c, Z)$	$\{(q, \alpha)\}$
$\delta(q_0, a, Z_0)$	$\{(q_1, aZ_0)\}$
$\delta(q_1, a, Z_0)$	$\{(q_1, aZ_0)\}$
$\delta(q_1, a, a)$	$\{(q_1, aa)\}$
$\delta(q_1, \varepsilon, Z_0)$	$\{(q_0, \varepsilon)\}$
$\delta(q_1, b, a)$	$\{(q_1, \varepsilon)\}$

- (1) Give a state transition diagram of M .
- (2) Give all strings of length 4 that are accepted by M with final state and with empty stack.
- (3) Give a sequence of configurations when M accepts string $w = abaabb$. Here a configuration is represented by $(p, w, \beta) \in K \times \Sigma^* \times \Gamma^*$, where p, w, β represent the state, the unread input string, and the string on the stack, respectively.
- (4) Describe the language $L(M)$ accepted by M with final state and with empty stack.

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の14)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect est the esa ase the esti s se a set a s e sheets
each the e s se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

4. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】

【問1】～【問3】から 2問 を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】真空中で、図1のように x - y - z 座標系の x - y 平面 ($z = 0$) に無限に広い接地された導体
が有り、半径 a の直線導体の中心が $(0, 0, d)$ を通って y 軸に平行に配置されている。た
だし、 $a \ll d$ とする。直線導体に単位長さ当たり λ の電荷を与えた時、次の問いに答え
よ。真空の誘電率は ϵ_0 とする。

- (1) 直線導体の電位を求めよ。
- (2) 直線導体の単位長さ当たりに働く力の大きさを求めよ。
- (3) x 軸上の点 $(x, 0, 0)$ の電界の大きさと平面導体表面の電荷密度を求めよ。
- (4) $x = -x_0$ から $x = x_0$ の領域に入る電気力線の総数を求めたところ、直線導体から発
生する電気力線の総数の半分であった。 x_0 を求めよ。

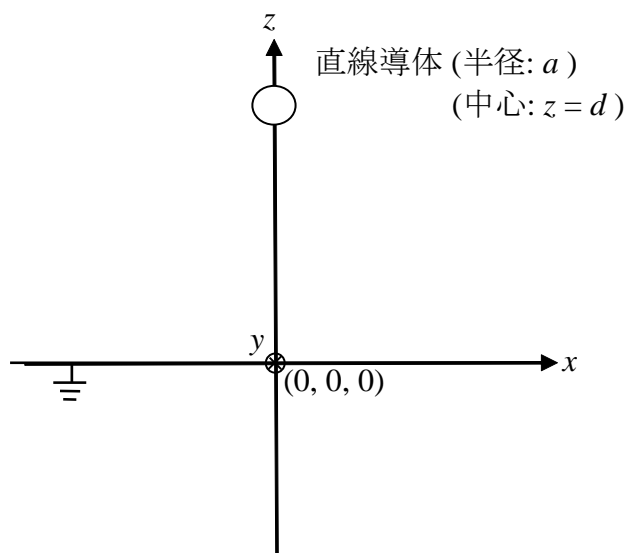


図1

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の15)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect e s t the e s a a s e the esti s se a set a s e sheets
 each the e s se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

【問2】 図2(a), 図2(b)に示すように, 半径 a の円柱導体と内径 b ($b > a$) の円筒導体と同軸状に配置され, 長さ L のコンデンサが構成されている。外側の円筒導体は接地してある。以下の問いに答えよ。ただし端効果は無視できるものとする。

- (1) 図2(a)に示すように, 2つの導体間が誘電率 ϵ の誘電体で満たされている。円柱導体に電荷 Q を与えた場合の電界の大きさを円柱導体中心軸からの距離 r の関数として求めよ。また, このコンデンサの電気容量を求めよ。
- (2) 図2(b)に示すように, 2つの導体間の長さ x の部分が誘電率 ϵ の誘電体で満たされており, 残りの部分が真空 (誘電率 ϵ_0) である。このコンデンサの電気容量を求めよ。
- (3) (2)の場合に, 2つの導体間に電圧 V を印加した。コンデンサに蓄積されるエネルギーを求めよ。誘電体を導体間から抜き出すのに必要な力を x の関数として求めよ。誘電体を導体間から完全に抜き出すのに必要な仕事を求めよ。

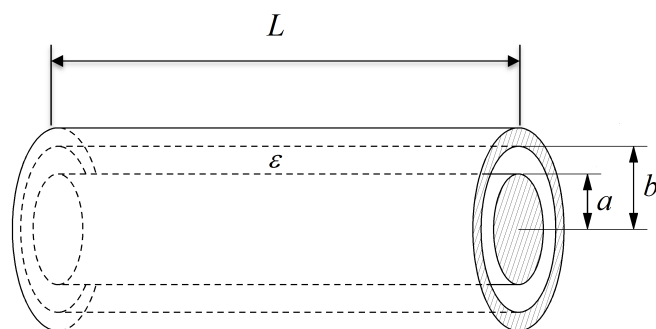


図2(a)

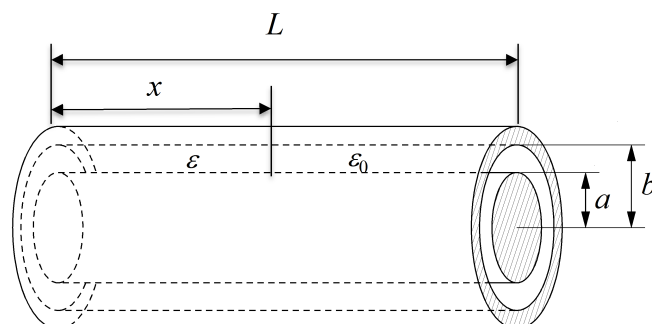


図2(b)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect e s t the e s a a s e the esti s se a set a s e sheets
 each the e s se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

【問3】 図3(a)のような透磁率 μ のトロイダル状の鉄心(コア)がある。トロイダルコアの平均半径を a 、断面積を $A = \pi b^2$ とする。ただし、 b はコア断面の半径である。このコアに巻数 N の導線を巻き、トロイダルコイルを形成している。コイルに図3(b)のような電流 $I(t)$ を流した時、以下の問いに答えよ。ただし、 $a \gg b$ とし、鉄心外への磁界の漏れは無いものとする。

- (1) 鉄心内部の磁束密度の大きさ B を求めよ。また、コイルの自己インダクタンス L を求めよ。
- (2) 時刻 $t > T$ でコイルに蓄えられている磁気エネルギー U_m を求めよ。
- (3) 時刻 t ($0 < t < T$)においてコイル1巻当りに誘導される起電力 V を求めよ。また、この結果から鉄心表面に誘導されている誘導電界 E の方向と大きさを求めよ。
- (4) 鉄心表面における時刻 t ($0 < t < T$)でのポインティングベクトル S の方向と大きさを求めよ。
- (5) ポインティングベクトル S を用いて、 $t = 0$ から $t = T$ の間に鉄心に蓄えられる磁気エネルギーを求め、(2)の結果と一致することを示せ。

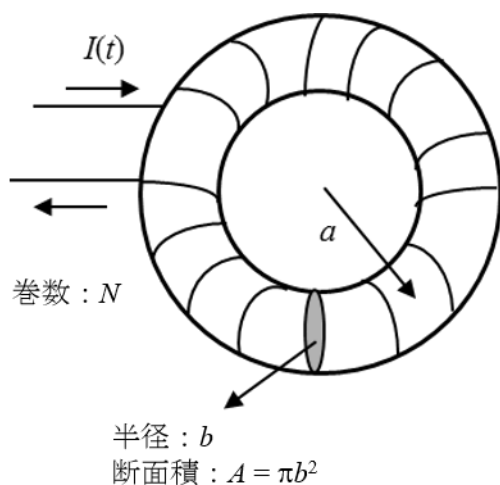


図3(a)

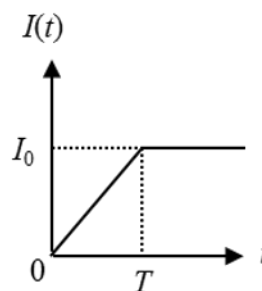


図3(b)

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の17)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect est the esa ase the esti s se a set a s e sheets
each the e s se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

Select two out of the three questions **【Q1】** ~ **【Q3】** and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 In vacuum, a wide plane conductor is placed in the x - y plane ($z = 0$) of the Cartesian x - y - z coordinate, as shown in Fig. 1. The conductor is grounded. A line conductor with a radius of a is arranged in parallel to the y axis, where the center line of the conductor passes the point $(0, 0, d)$, and ($d \gg a$). The line conductor is charged with electric charge of λ per unit length. The permittivity of the vacuum is ϵ_0 . Answer the following questions.

- (1) Give the electric potential of the line conductor.
- (2) Give the electric force per unit length acting on the line conductor.
- (3) Give the magnitudes of the electric field and the charge density on the surface of the plane conductor at $(x, 0, 0)$.
- (4) Give the value of x_0 , when the half of the lines of electric force emerging from the line conductor are ended in the region between $x = -x_0$ and $x = x_0$ on the plane conductor.

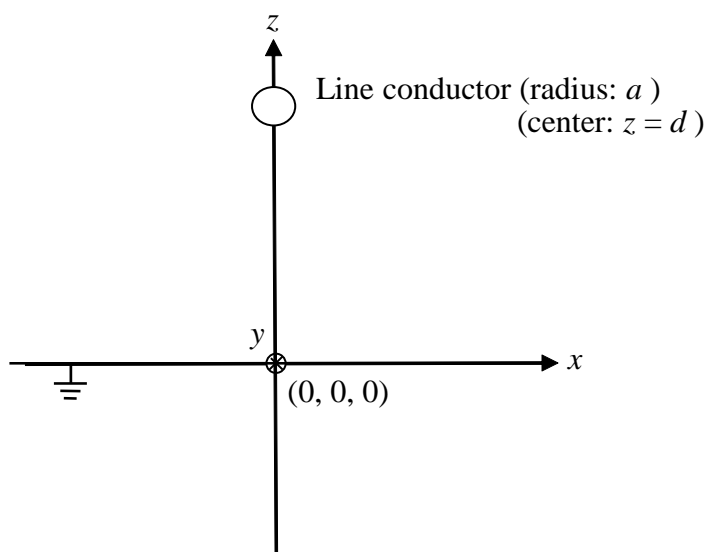


Fig. 1

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の18)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect es t the es a ase the esti s se a set a se sheets
 each the es se cte a se a se a ate a se sheet each esti

【Q2】 As shown in Fig. 2(a) and Fig. 2(b), a coaxial capacitor of length L consists of a line conductor of radius a and an outer cylindrical conductor of inner radius b . The outer cylindrical conductor is grounded. Answer the following questions. Neglect the edge effect.

- (1) As shown in Fig. 2(a), the space between two conductors is filled with dielectric material of permittivity ϵ . Give the electric field as a function of distance r from the axis of the line conductor, when the inner conductor is charged with Q . Give the capacitance of the coaxial capacitor.
- (2) As shown in Fig. 2(b), the space between two conductors of length x is filled with dielectric material of permittivity ϵ and the rest of the space is vacuum (permittivity ϵ_0). Give the capacitance of the coaxial capacitor.
- (3) In the case of (2), the constant voltage V is applied between the conductors. Give the energy stored in the capacitor. Give the force necessary to pull out the dielectric material as a function of x . Give the work that is necessary to fully pull out the dielectric material from the space between the conductors.

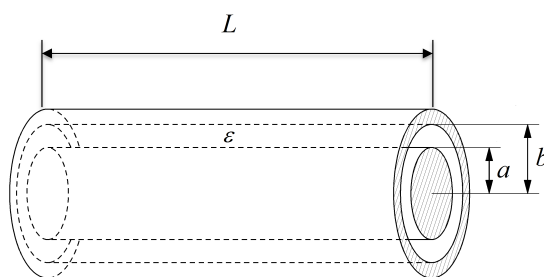


Fig. 2(a)

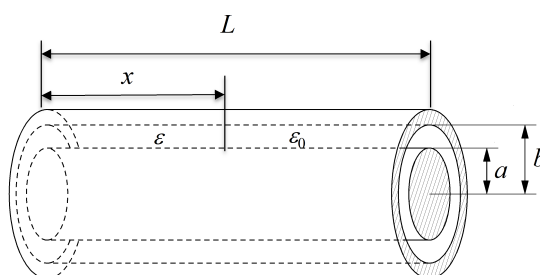


Fig. 2(b)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
 大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect es t the e s a a se the esti s se a set a s e sheets
 each the e s se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

【Q3】 As shown in Fig. 3(a), there is a toroidal core with permeability μ . The mean radius of the toroidal core is a , and the cross sectional area of the core is $A = \pi b^2$, where b is the radius of the cross section. A coil with number of turns N is wound. A time varying current $I(t)$ is supplied to the coil as shown in Fig. 3(b). Answer the following questions. Here, we assume that $a \gg b$ and that there is no leakage flux from the core.

- (1) Give the magnitude of the magnetic flux density B in the core. Also, give the self-inductance L of the coil.
- (2) Give the magnetic energy U_m stored in the coil for $t > T$.
- (3) Give the electromotive force V induced across one turn of the coil for $0 < t < T$. Also, give the direction and strength of the electric field \mathbf{E} that is induced on the surface of the core for $0 < t < T$.
- (4) Give the direction and strength of the Poynting vector \mathbf{S} on the surface of the core for $0 < t < T$.
- (5) Give the magnetic energy that is stored in the core from $t = 0$ to $t = T$ by using the Poynting vector \mathbf{S} , and show that the result is equal to U_m given in (2).

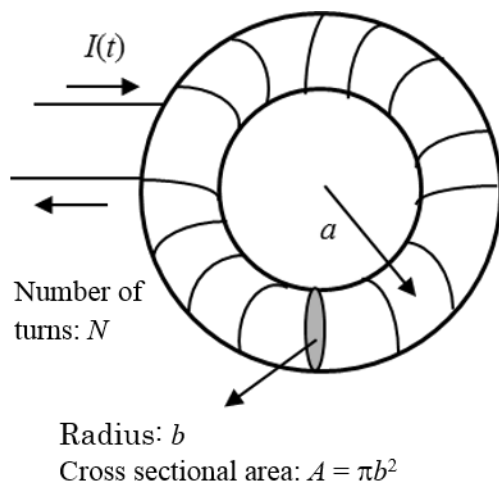


Fig. 3(a)

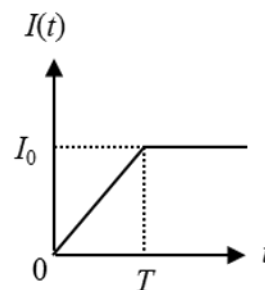


Fig. 3(b)

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の20)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect est the esa ase the esti s se a set ase sheets
each the es se ecte a se a se a ate a se sheet each esti

5. 【アルゴリズム／プログラミング (Algorithms and programming) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。

【問1】 正の辺重み付きの無向グラフ $G = (V, E)$ とその最小全域木 T が与えられている。このとき、 T に属さない G の辺 $e \in E$ を1本選択し、その重みを減らす。変更されたグラフ G の最小全域木 T' を効率よく求めるアルゴリズムを示せ。

【問2】 下記のSQL風言語を考える。

- データベースは、テーブルの集合である。
- 各テーブルは、識別に使うテーブル名を有する。
- テーブルの各列は、識別に使う列名を有する。
- テーブル名とドット「.」と列名の並びを列の修飾名と呼ぶ。例えば、テーブル T の列 A の修飾名は $T.A$ である。
- 定数には数と文字の2種類がある。文字定数は、'X' のように、シングルクォーテーションマーク「'」で囲む。
- 比較演算子は、 $=, >, <, >=, <=, <>$ の6種類がある。
- 探索条件は「 $T.A > 100$ 」のように、列の修飾名と比較演算子と定数の並びである。式に登場するテーブル名が1つのときは、列の修飾名の代わりに列名を使うことができる。
- 結合条件は「 $T.A = S.D$ 」のように、列の修飾名と比較演算子と列の修飾名の並びである。
- 探索条件と結合条件は `and` で連結することができる。
- テーブル T の中から、探索条件「 $< cond >$ 」を満足するすべての行を抽出し、それらの行の列 A, B だけからなるテーブルを出力する式を次のように書く。

```
select A, B from T where < cond >
```

- 2つのテーブル T と S を、結合条件「 $T.A = S.D$ 」で結合し、さらに列 $T.B$ と $S.E$ を抽出して生成されるテーブルを出力する式を次のように書く。

```
select T.B, S.E from T, S where T.A = S.D
```

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の21)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

select each the e s t the e s a se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

下記の2つのテーブルがデータベースに格納されているとき、次の各問いに答えよ。

テーブル名: R

Teacher	Subject	Day
A	Database	1
B	Database	1
C	Programming	2
D	Programming	2
F	Algorithm	1

テーブル名: S

Student	Teacher	Subject
a	A	Database
a	C	Programming
b	B	Database
b	D	Programming
c	F	Algorithm
c	C	Programming

(1) 下記の式の評価結果は何になるか。

```
select S.Teacher, S.Subject, R.Day
from R, S
where R.Teacher = S.Teacher
      and R.Subject = S.Subject and S.Student = 'a'
```

(2) 次のテーブルを得る式を書きなさい。

Student	Teacher	Subject
a	A	Database
b	B	Database

(3) 次のテーブルを得る式を書きなさい。

Teacher	Day
C	2
D	2

(4) 次のテーブルを得る式を書きなさい。

S.Student	R.Teacher	R.Subject	R.Day
a	A	Database	1
b	B	Database	1
c	F	Algorithm	1

(5) テーブル R と S の実体関連図を書きなさい。

(6) テーブル S のキーは何か？

(7) テーブル S の関数従属性をすべて書きなさい。

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の22)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

elect each the e s t the e s a se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti
sect e s t the e s a a se the esti s se a set a s e sheets
each the e s se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti

Answer the following questions (**【Q1】【Q2】**).

【Q1】 We are given an undirected graph $G = (V, E)$ with positive edge weights and a minimum spanning tree T of G . Suppose that we decrease the weight of an edge $e \in E$ not in T . Give an algorithm for efficiently finding the minimum spanning tree T' of the modified graph.

【Q2】 Consider the following SQL-like language:

- A database is a set of tables.
- Each table has a unique table name.
- Each column of a table has a unique column name.
- A sequence of a table name, a dot (.) and a column name is called a qualified column name. For example, the qualified column name of column A in table T is T.A.
- There are two types of constants: number and character. A character is surrounded by single-quotation marks, such as 'X'.
- There are six comparison operators. They are =, >, <, >=, <= and <>.
- A selection condition is a sequence of one qualified column name, one comparison operator and one constant value such as T.A > 100. Column names can be used instead of qualified column names when an expression includes only one table name.
- A join condition is a sequence of one qualified column name, one comparison operator and one qualified column name such as T.A = S.D.
- Operator and can be used to build a condition from a selection condition and a join condition.
- The following expression produces a new table from a table T. The new table consists of two columns A and B, and rows in T which satisfy a selection condition “< cond >”.

```
select A, B from T where < cond >
```
- The following expression produces a new table from two tables T and S. The new table consists of two columns T.B and S.E of the table, which is constructed from T and S by join condition T.A = S.D.

```
select T.B, S.E from T, S where T.A = S.D
```

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の23)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

select each the e s t the e s a se cte a se a se a ate a s e sheet each esti

The following two tables are stored in a database. Answer the following questions.

Table Name: R

Teacher	Subject	Day
A	Database	1
B	Database	1
C	Programming	2
D	Programming	2
F	Algorithm	1

Table Name: S

Student	Teacher	Subject
a	A	Database
a	C	Programming
b	B	Database
b	D	Programming
c	F	Algorithm
c	C	Programming

- (1) What is the evaluation result of the following expression ?

```
select S.Teacher, S.Subject, R.Day
from R, S
where R.Teacher = S.Teacher
      and R.Subject = S.Subject and S.Student = 'a'
```

- (2) Write an expression to get the following table.

Student	Teacher	Subject
a	A	Database
b	B	Database

- (3) Write an expression to get the following table.

Teacher	Day
C	2
D	2

- (4) Write an expression to get the following table.

S.Student	R.Teacher	R.Subject	R.Day
a	A	Database	1
b	B	Database	1
c	F	Algorithm	1

- (5) Write an entity-relationship diagram of two tables R and S.
 (6) What is the key of table S ?
 (7) Write all the functional dependencies of table S.

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の24)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
 大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

select one of the subjects to answer. Use the answer sheets for each subject you select. Use one answer sheet for each question.

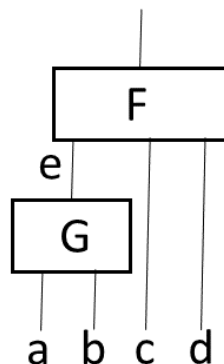
6. 【計算機アーキテクチャ(Computer architecture) 分野】

次の各問い(【問1】～【問3】)に答えよ。

【問1】以下の真理値表で与えられた論理関数 $H(a, b, c, d)$ について考える。図に示されるように、論理関数 H は2つの関数 $G(a, b)$ および $F(e, c, d)$ で構成されているものとする。 F および G の真理値表を示せ。

論理関数 $H(a, b, c, d)$ の真理値表

a	b	c	d	H	a	b	c	d	H
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1



関数 H の構造

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の25)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

select each the e s se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti
sect est the esa ase the esti s se a set a se sheets
each the e s se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti

【問2】 あるプロセッサにおいて、以下の4種類の命令タイプを実装することを考える。各命令タイプの命令実行の各ステップにおける所要時間は下表の通りとする。

命令タイプ	ステップ				
	命令フェッチ	レジスタ 読出し	ALU 演算	データメモリ アクセス	レジスタ 書込み
ロード命令	Y ps	X ps	400ps	Y ps	X ps
ストア命令	Y ps	X ps	400ps	Y ps	
演算命令	Y ps	X ps	600ps		X ps
分岐命令	Y ps	X ps	700ps		

- (1) このプロセッサの構成方式としてシングルサイクル・データパス方式（1命令の実行を1クロックサイクルで実行する方式）を採用した場合のクロックサイクル時間は3.0nsになった。また、命令パイプライン処理方式（上記の各ステップを1パイプラインステージとし、1ステージを1クロックサイクルでパイプライン実行する方式）を採用した場合のクロックサイクル時間は0.8nsになった。レジスタアクセスよりもメモリアクセスの方がアクセス時間が長いと仮定して、上記のXとYを求めよ。
- (2) シングルサイクル・データパス方式および命令パイプライン処理方式を採った場合の各命令タイプの実行所要時間（単位はns）および実行所要クロックサイクル数を求めよ。
- (3) 上記2種類の異なるプロセッサ構成方式を採用したプロセッサにおいて以下のプログラムを実行した際のプログラム実行時間（単位はns）を求めよ。なお、命令パイプライン処理においてデータハザードを考慮する必要はない。

```
lw $2, 20($1) (R2 ← Memory [R1+20])
and $12, $2, $5 (R12 ← R2 ∧ R5)
or $13, $6, $2 (R13 ← R6 ∨ R2)
add $14, $2, $2 (R14 ← R2 + R2)
sw $15, 100($13) (R15 → Memory [R13+100])
```

- (4) 上記(3)のプログラムには4つのフロー依存関係が存在する。どの命令がどの命令にどのレジスタ（データ）に関して依存しているかをすべて列挙せよ。

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の26)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

each the e s se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti

- (5) 上記 (4) のフロー依存関係のうち、命令パイプライン処理で実行した際に実際にデータハザードを生じさせるものを示せ。
- (6) 上記 (5) のデータハザードを以下の方式によって対処した場合の上記 (3) のプログラムの実行時間 (単位は ns) を求めよ。
- パイプラインストールのみ
 - データフォワードリング+パイプラインストール

【問3】 コンピュータのメモリシステムについて、以下の各問いに答えよ。

- (1) マイクロプロセッサに搭載された連想度2のセット・アソシアティブ・キャッシュについて考える。ワードサイズは4バイト、キャッシュ・サイズは16バイト、ブロックサイズは4バイト、アドレス長は4ビットであり、キャッシュの初期状態は空とする。また、ブロック置換ポリシーはLRU(Least Recently Used) アルゴリズムを採用しているものとする。以下に示すワードアドレス (2進表現) に対してメモリアクセスが順次発生した場合のキャッシュミス率を求めよ。

1101 ⇒ 1010 ⇒ 0000 ⇒ 1101 ⇒ 0110 ⇒ 0000 ⇒ 1010 ⇒ 0110 ⇒ 1010 ⇒ 1101

- (2) メモリ参照の「時間局所性」と「空間局所性」がキャッシュの設計においてどのように活用されているか、それぞれ説明せよ。

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の27)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
 大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

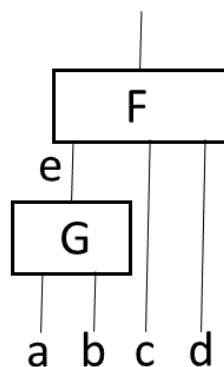
elect e s t the e s a a s e the e s t i s s e a s e a s e s h e e t s
 each the e s s e c t e a s e a s e a t e a s e s h e e t e a c h e s t i

Answer the following questions (**【Q1】** ~ **【Q3】**).

【Q1】 Let $H(a, b, c, d)$ be a logic function whose truth table is shown below. Consider that H is composed of other subfunctions $G(a, b)$ and $F(e, c, d)$ as shown in the following figure. Show the truth tables of F and G .

Truth table of $H(a, b, c, d)$

a	b	c	d	H	a	b	c	d	H
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1



The structure of function H

専門科目 (Special subjects)

(29 枚中の 28)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

select each the e s se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti

【Q2】 Let us consider that we implement the following four types of instructions for a processor. Assume for each instruction type that each step of the instruction execution requires the time described in the following table.

Instruction Types	Steps				
	Instruction fetch	Register read	ALU operation	Data memory access	Register write
Load	Y ps	X ps	400ps	Y ps	X ps
Store	Y ps	X ps	400ps	Y ps	
ALU	Y ps	X ps	600ps		X ps
Branch	Y ps	X ps	700ps		

- (1) If the single-cycle datapath implementation, where each instruction is executed in a single clock cycle, is used for implementing the processor above, the clock-cycle time is 3.0ns. On the other hand, if the pipelined datapath implementation, where each step of the instruction execution corresponds to a pipeline stage and each stage is performed in a single clock cycle and in a pipelining fashion, is used for implementing the processor, the clock-cycle time is 0.8ns. Compute X and Y, assuming that the memory access time is longer than the register access time.
- (2) For each of the single-cycle datapath and pipelined datapath implementations, compute the execution time (unit: ns) and the number of clock cycles required for each instruction type.
- (3) For each of the two processor implementations above, compute the program execution time (unit: ns) for the following program. Ignore any data hazards which could occur in the pipelined datapath.

```
lw $2, 20($1) (R2 ← Memory[R1+20])
and $12, $2, $5 (R12 ← R2 ∧ R5)
or $13, $6, $2 (R13 ← R6 ∨ R2)
add $14, $2, $2 (R14 ← R2 + R2)
sw $15, 100($13) (R15 → Memory[R13+100])
```

専門科目 (Special subjects)

(29枚中の29)

分野から 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 部を用いよ。また、
大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

each the e s se ecte a se a se a ate a s e sheet each esti

-
- (4) There are four data dependences in the program above. Identify all these data dependences by describing which instruction depends on which instruction through which register.
- (5) Show which data dependences actually cause data hazards in the pipelined datapath.
- (6) Compute the actual program execution time (unit: ns) when all the data hazards above are resolved by means of;
- pipeline stall only.
 - data forwarding and pipeline stall.

【Q3】 Answer the following questions relating to computer memory systems.

- (1) Consider a two-way set-associative cache memory implemented in a microprocessor chip. Assume that the word size is 4 bytes, the cache size is 16 bytes, the block size is 4 bytes, and the address width is 4 bits. Block replacement policy is LRU (Least Recently Used) algorithm. Suppose the cache is initially empty, and we have the following sequence of memory references given as word addresses (represented in the binary numeral system). Find the cache miss rate.

1101 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 0000 \Rightarrow 1101 \Rightarrow 0110 \Rightarrow 0000 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 0110 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 1101

- (2) Explain how the temporal locality and the spatial locality of memory references are exploited in cache designs, respectively.