

九州大学大学院システム情報科学府

電気電子工学専攻

令和2年度入学試験問題

**【令和元年8月26日（月）、27日（火）】**

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の1)

## 解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。  
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め7枚、解答用紙は3枚つづり(1分野につき1枚)である。  
You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
- 以下の6分野から3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	微分方程式	Differential equation	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	複素関数論	Complex function theory	5
5	確率・統計	Probability and statistics	6
6	記号論理学	Symbolic logic	7

- 解答用紙の全部に、専攻名、コース名(情報学専攻を除く)、選択分野番号(○で囲む)、受験番号および氏名を記入すること。  
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, course name (except the department of informatics), the selected field number (mark with a circle), your examinee number and your name.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。  
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.
- 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。  
Your answers must be written in Japanese or English.

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet  
for each field.

## 1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

数列  $a_0, a_1, a_2, \dots$  は,  $a_0 = 3, a_1 = 1, a_2 = 3$  および

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2a_{n-3} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

で定義される。

(1)  $a_3, a_4, a_5$  を求めよ。

(2) 各  $n = 0, 1, 2, \dots$  について次が成立つような行列  $T$  を答えよ。

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_{n+2} \\ a_{n+3} \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} a_n \\ a_{n+1} \\ a_{n+2} \end{pmatrix}$$

(3)  $T$  のすべての固有値とそれぞれに対応する固有ベクトルを求めよ。

(4) ベクトル  $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  を, 前問で求めた固有ベクトルの線形結合として表せ。

(5)  $a_n$  を求めよ。

Consider the sequence  $a_0, a_1, a_2, \dots$  defined by  $a_0 = 3, a_1 = 1, a_2 = 3$  and

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + 2a_{n-3}, \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

(1) Find  $a_3, a_4$  and  $a_5$ .

(2) Give the matrix  $T$  such that

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_{n+2} \\ a_{n+3} \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} a_n \\ a_{n+1} \\ a_{n+2} \end{pmatrix}$$

for all  $n = 0, 1, 2, \dots$

(3) Find all eigenvalues of  $T$  and their corresponding eigenvectors.

(4) Express the vector  $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  as a linear combination of the eigenvectors obtained in the previous question.

(5) Find  $a_n$ .

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の3)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet  
for each field.

## 2. 【微分方程式 (Differential equation) 分野】

関数  $y(x)$  の微分方程式

$$(x^4 - 1) \frac{dy}{dx} = y^2 + 2x^3y - 3x^2$$

について以下の問いに答えよ。

- 与えられた微分方程式は、 $y_p(x) = ax^3$  の形の特殊解を持つ。 $y_p(x)$  を求めよ。ただし  $a$  は定数とする。
- 特殊解  $y_p(x)$  と関数  $u(x)$  を用いて  $y = y_p + \frac{1}{u}$  とおき、一般解を求めよ。

Consider the differential equation

$$(x^4 - 1) \frac{dy}{dx} = y^2 + 2x^3y - 3x^2$$

for a function  $y(x)$ . Answer the following questions.

- Find one of the particular solutions  $y_p(x)$  of the form  $y_p = ax^3$ , where  $a$  is a constant.
- Obtain the general solution with the replacement  $y = y_p + \frac{1}{u}$ , where  $u$  is a function of  $x$ .

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

### 3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において、 $x$ ,  $y$ ,  $z$  軸方向の単位ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  とする。次の各問に答えよ。

(1) 面  $z = x^2 + y^2$  と面  $z = \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$  について、次の問いに答えよ。

(a) 点  $P\left(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{1}{4}\right)$  が、いずれの面にも含まれることを示せ。

(b) 点  $P$  において、それぞれの面の法線のなす角を求めよ。

(2) ベクトル場  $\mathbf{A}$  を  $\mathbf{A} = x^2\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$  とする。  $S$  を  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $z = 0$ ,  $z = 4$  で囲まれた円筒の表面とするとき、面積分

$$\iint_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS$$

を求めよ (ただし、 $\mathbf{n}$  は  $S$  の外向き単位法線ベクトル)。

The unit vectors on  $x$ ,  $y$  and  $z$  axes of Cartesian coordinates are denoted by  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  and  $\mathbf{k}$ , respectively. Answer the following questions.

(1) Consider the surfaces  $z = x^2 + y^2$  and  $z = \left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ . Answer the following questions.

(a) Show the point  $P\left(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{1}{4}\right)$  is included in both surfaces.

(b) Evaluate the angle between the normals to the surfaces at the point  $P$ .

(2) Let the vector field  $\mathbf{A} = x^2\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$  and  $S$  be the surface of the cylinder bounded by  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $z = 0$  and  $z = 4$ . Evaluate the following surface integral

$$\iint_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS,$$

where  $\mathbf{n}$  is the outward-pointing unit normal vector of  $S$ .

# 数学 (Mathematics)

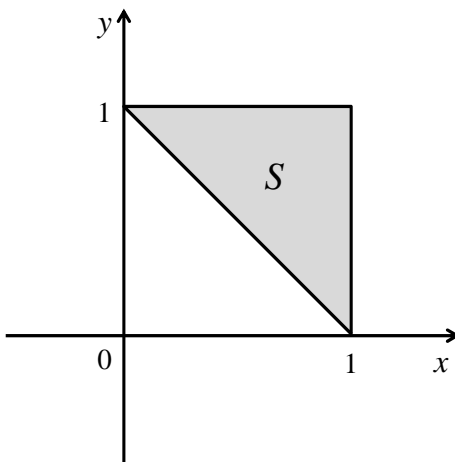
(7枚中の5)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 4. 【複素関数論 (Complex function theory) 分野】

図に示す  $z$  平面における  $x = 1, y = 1, y = 1 - x$  で囲まれた三角領域  $S$  を考える。以下の変換で  $S$  が写像される  $w$  平面の領域  $S'$  を図示すると共に、 $S'$  を囲む境界の方程式を示せ。ただし、 $z = x + iy, w = u + iv$  は複素数、 $x, y, u, v$  は実数、 $i = \sqrt{-1}$  である。

- (1)  $w = z + (1 - \sqrt{3}i)$
- (2)  $w = 2e^{\frac{\pi i}{6}} z + (1 - \sqrt{3}i)$
- (3)  $w = z^2$



Consider the triangle region  $S$  bounded by  $x = 1, y = 1$  and  $y = 1 - x$  in the  $z$  plane as shown in the figure. Illustrate the region  $S'$  in the  $w$  plane into which  $S$  is mapped under the following transformations and find the equations of the curves which enclose the region, where  $z = x + iy$  and  $w = u + iv$  are complex numbers,  $x, y, u,$  and  $v$  are real numbers and  $i = \sqrt{-1}$ .

- (1)  $w = z + (1 - \sqrt{3}i)$
- (2)  $w = 2e^{\frac{\pi i}{6}} z + (1 - \sqrt{3}i)$
- (3)  $w = z^2$

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の6)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet  
for each field.

## 5. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

連続確率変数  $X$  は区間  $[0, 1)$  上の一様分布に従うものとする。  $Y = -\log \frac{(1-X)^2}{4}$  とする。ただし  $\log$  は自然対数とする。以下の各問に答えよ。

- (1) 実数  $t$  に対し、  $Y \leq t$  の確率を求めよ。
- (2)  $Y$  の期待値と分散をそれぞれ求めよ。

Let  $X$  be a continuous random variable uniformly distributed over the interval  $[0, 1)$ . Let  $Y = -\log \frac{(1-X)^2}{4}$  where  $\log$  denotes the natural logarithm. Answer the following questions.

- (1) Find the probability of  $Y \leq t$  for a real  $t$ .
- (2) Find the expectation and the variance of  $Y$ , respectively.

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 6. 【記号論理学 (Symbolic logic) 分野】

(1) 以下の命題論理式をそれぞれ  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  で表す。

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge q \rightarrow r), \quad \neg(\neg(r \rightarrow s) \vee (\neg p \wedge r \wedge s)), \quad p \leftrightarrow r$$

$\phi_3$  は  $\phi_1 \wedge \phi_2$  の論理的帰結であることを resolution 法により示せ。

(2) 以下の述語論理式をそれぞれ  $\psi_1, \psi_2, \psi_3$  で表す。

$$\forall x \forall y ((\neg P(x, y) \rightarrow P(y, x)) \wedge (Q(x, y) \rightarrow \neg Q(y, x))), \\ \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y)), \quad \forall x (\exists y Q(x, y) \wedge \forall y (Q(x, y) \rightarrow \neg P(y, x)))$$

以下の式は充足可能か否か、理由とともに答えよ。

(a)  $\psi_1 \wedge \psi_2$

(b)  $\psi_1 \wedge \psi_3$

(1) Let  $\phi_1, \phi_2$ , and  $\phi_3$  denote the following propositional formulas, respectively:

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge q \rightarrow r), \quad \neg(\neg(r \rightarrow s) \vee (\neg p \wedge r \wedge s)), \quad p \leftrightarrow r.$$

Show by the resolution method that  $\phi_3$  is a logical consequence of  $\phi_1 \wedge \phi_2$ .

(2) Let  $\psi_1, \psi_2$ , and  $\psi_3$  denote the following predicate logic formulas, respectively:

$$\forall x \forall y ((\neg P(x, y) \rightarrow P(y, x)) \wedge (Q(x, y) \rightarrow \neg Q(y, x))), \\ \forall x \forall y (P(x, y) \rightarrow Q(x, y)), \quad \forall x (\exists y Q(x, y) \wedge \forall y (Q(x, y) \rightarrow \neg P(y, x))).$$

Determine whether each of the following formulas is satisfiable. Justify your answer.

(a)  $\psi_1 \wedge \psi_2$

(b)  $\psi_1 \wedge \psi_3$



## 専門 I (Special subjects I)

---

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。  
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め9枚、解答用紙は3枚である。  
You are given 9 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets.
3. 以下の3分野から1分野を選び解答すること。  
Select 1 out of the following 3 fields and answer the questions.

	分野	field	page
1	電気回路	Circuit theory	2 ~
2	電子回路	Electronic circuits	4 ~
3	制御工学	Control engineering	6 ~

4. 解答は解答用紙に記入すること。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。  
Your answers should be written on the answer sheets. Use one sheet for each question. You may continue to write your answer on the back of the answer sheets if you need more space. In such a case, indicate this clearly.
5. 解答用紙の全部に、志望するコース名、選択分野名、受験番号、氏名および問題番号を記入すること。  
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the course name, your selected field name, your examinee number, your name and the question number.
6. 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。  
Your answers must be written in Japanese or English.

令和2年度 大学院システム情報科学府入学試験問題 電気回路（令和元年8月26日）

4問中3問を選び、解答用紙欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 図1の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電流  $I_1$  と電流  $I_2$  の位相差  $\arg\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = \frac{\pi}{4}$ 、 $R = 1\ \Omega$  である。

(1)  $X_1$  と  $X_2$  の間の関係式を示せ。

(2)  $\frac{|I_1|}{|I_2|} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$  であるとき、 $X_1, X_2$  の値を求めよ。

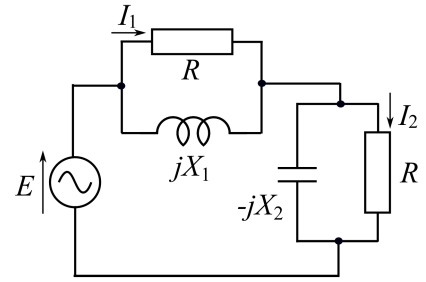


図1

【問2】 図2の回路について、以下の問いに答えよ。

(1) 端子対 1-1' 間を、開放電圧  $V_0$ 、内部インピーダンス  $Z_0$  の等価回路と考えるとき、 $V_0$  と  $Z_0$  を求めよ。

(2) 端子対 1-1' 間に可変インピーダンス  $Z = R + jX$  を接続したとする。Rにおける消費電力  $P$  が最大となる  $Z$  を求め、その時の  $P$  の値を求めよ。

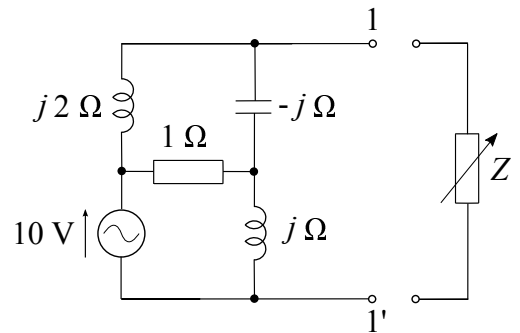


図2

【問3】 図3の回路について、以下の問いに答えよ。

ただし、電源電圧  $E$  の角周波数を  $\omega$  とする。

(1) 閉路電流  $I_1, I_2, I_3$  を変数に用いて閉路方程式を立てよ。

(2) 電源  $E$  から右を見たインピーダンス  $Z$  を求めよ。

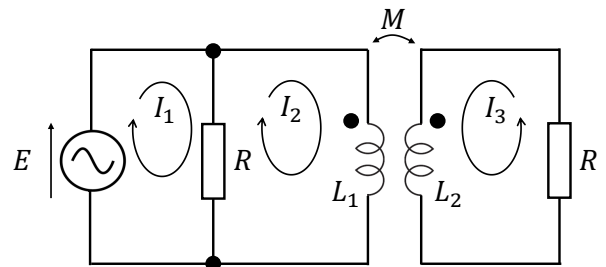


図3

【問4】 図4の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、 $E = 1\text{ V}$ 、 $R_1 = R_2 = 1\ \Omega$ 、 $C = 1\text{ F}$ 、 $L = 1\text{ H}$  とする。

(1) スイッチ  $S$  を開いたまま回路が定常状態に達した後、時刻  $t = 0$  において  $S$  を閉じるとする。このとき、 $t > 0$  における電流  $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$  をそれぞれ求めよ。

(2) スイッチ  $S$  を閉じたまま回路が定常状態に達した後、 $t = 0$  において  $S$  を開くとする。このとき、 $t > 0$  における電流  $i_1(t)$  を求めよ。

(3) 上記(2)において、 $t = 0$  から定常状態に達するまでに抵抗  $R_1, R_2$  で消費されるエネルギーの合計  $W$  を求めよ。

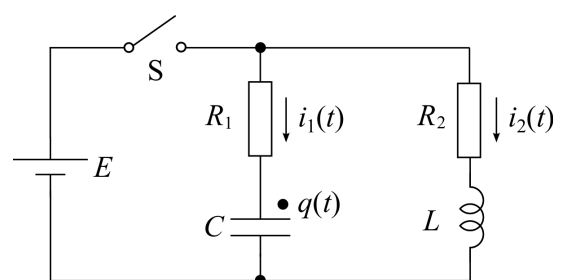


図4

# Circuit Theory (2020 ISEE Entrance Examination (August 26, 2019))

Choose three out of the four questions and write the chosen question number on each answer sheet.

**[Q1]** Consider the circuit shown in Fig. 1, where the phase difference  $\arg\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = \frac{\pi}{4}$ , and  $R = 1 \Omega$ . Answer the following questions.

- (1) Find the equation representing the relation between  $X_1$  and  $X_2$ .
- (2) Determine the values of  $X_1$  and  $X_2$ , when  $\frac{|I_1|}{|I_2|} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

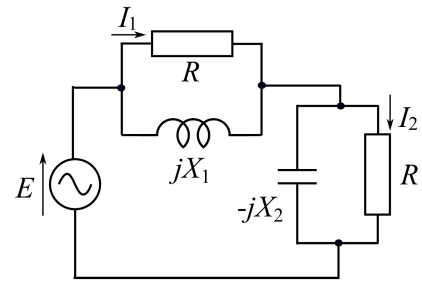


Fig. 1

**[Q2]** Consider the circuit shown in Fig. 2. Answer the following questions.

- (1) When the one-port circuit with terminals 1-1' is equivalent to the voltage source with the open voltage  $V_0$  and the internal impedance  $Z_0$ , find  $V_0$  and  $Z_0$ .
- (2) Consider the variable impedance  $Z = R + jX$  is connected between the terminals 1-1'. Find the value of  $Z$  when the power consumption  $P$  by the resistance  $R$  becomes maximum. And find the value of  $P$  under the condition.

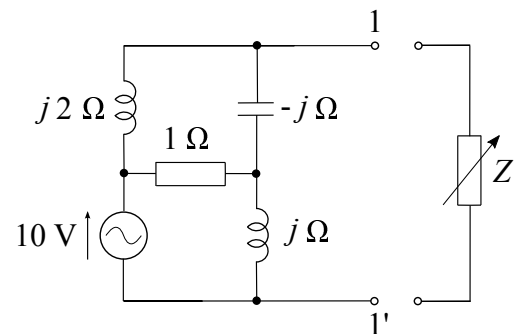


Fig. 2

**[Q3]** Consider the circuit shown in Fig. 3, where the source  $E$  has the angular frequency  $\omega$ . Answer the following questions.

- (1) Write the mesh equations using the mesh currents  $I_1$ ,  $I_2$  and  $I_3$  as variables.
- (2) Find the impedance  $Z$  seen from the source  $E$ .

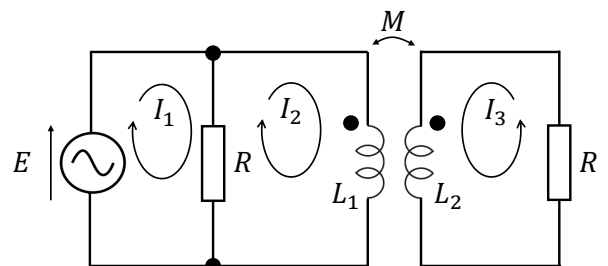


Fig. 3

**[Q4]** Consider the circuit shown in Fig. 4 where  $E = 1 \text{ V}$ ,  $R_1 = R_2 = 1 \Omega$ ,  $C = 1 \text{ F}$ ,  $L = 1 \text{ H}$ . Answer the following questions.

- (1) Assume the switch  $S$  is opened and the circuit is in steady state. Then, the switch  $S$  is closed at the time  $t = 0$ . Find the currents  $i_1(t)$  and  $i_2(t)$  for  $t > 0$ .
- (2) Assume the switch  $S$  is closed and the circuit is in steady state. Then, the switch  $S$  is opened at the time  $t = 0$ . Find the current  $i_1(t)$  for  $t > 0$ .
- (3) In the above-mentioned condition (2), find the total energy  $W$  consumed by the resistances  $R_1$  and  $R_2$  from  $t = 0$  to the steady state.

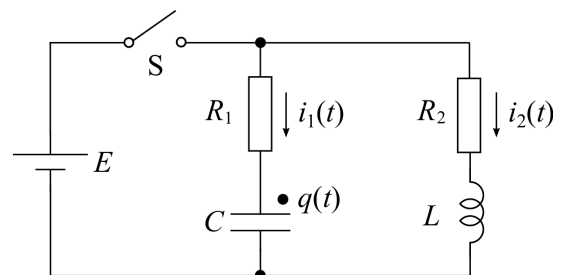


Fig. 4

次の各問(1, 2, 3)に答えよ。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1. 次の問に答えよ。ただし、演算増幅器は理想的であるとする。

- (1) 図1に示す回路の伝達関数  $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$  を求めよ。
- (2)  $G(j\omega)$  について電圧利得および位相のボーデ図の概形を描け。

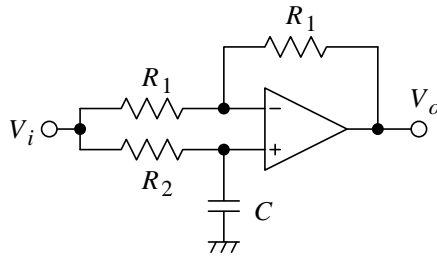


図1

2. 図2に示す差動増幅回路の出力電圧  $V_o$  を求めよ。但し、すべての演算増幅器は理想的であるとする。

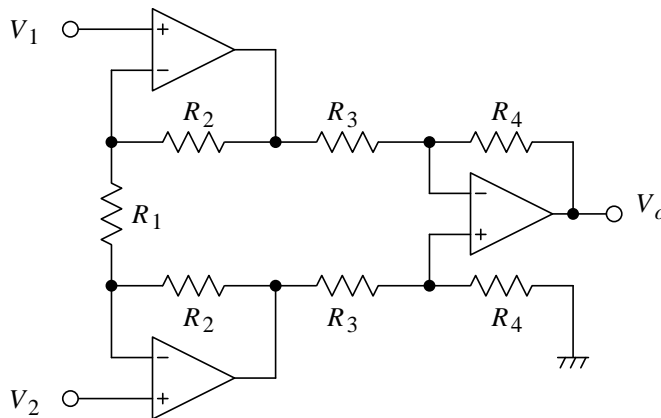


図2

3. 図3に示すLC発振器(コルピッツ発振器)について、次の問に答えよ。

- (1) ループ利得  $T$  を求めよ。
- (2) 発振が定常状態にある時の発振周波数と振幅条件を求めよ。

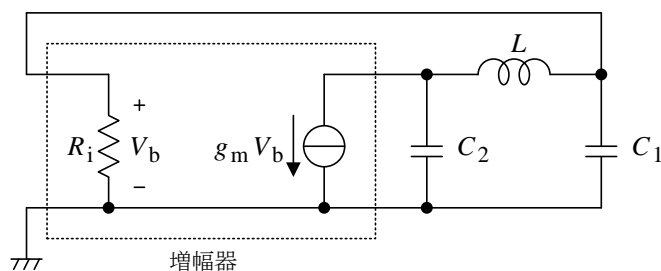


図3

Answer the following questions (1, 2, 3). **All answers should be written on the answer sheets.**

1. Answer the following questions. The operational amplifiers are assumed to be ideal.

- (1) Derive the transfer function  $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$  for the circuit shown in Fig. 1.
- (2) Sketch the Bode plots of the voltage gain and the phase for  $G(j\omega)$ .

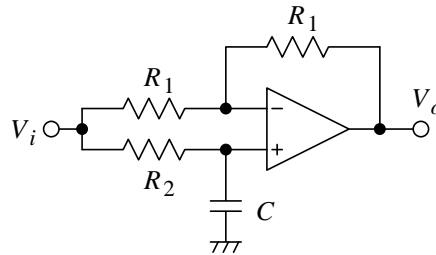


Fig. 1

2. Derive the output voltage  $V_o$  of the differential amplifier circuit shown in Fig. 2.

All operational amplifiers are assumed to be ideal.

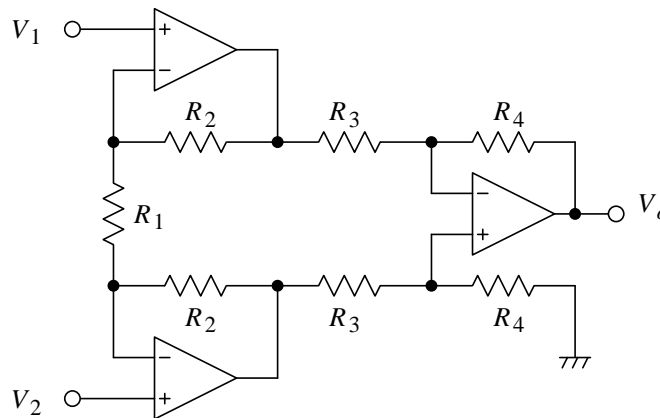


Fig. 2

3. Fig. 3 shows an LC oscillator which is called the Colpitts oscillator.

- (1) Derive the loop gain  $T$ .
- (2) Obtain the oscillation frequency and the condition of the amplitude for steady-state oscillation.

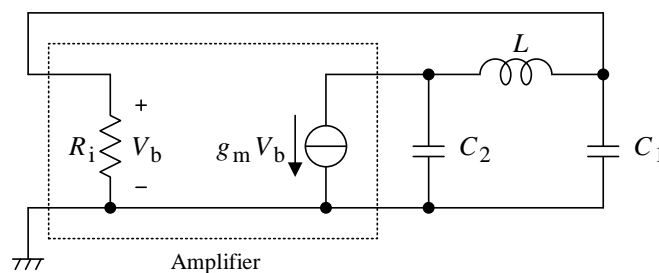


Fig. 3

**令和2年度電気電子工学専攻修士課程入学試験問題**  
**制御工学分野（令和元年8月26日実施）**

次の各問（[1], [2], [3]）に答えよ．文中， $t$ は時刻， $s$ はラプラス演算子， $\omega$ は角周波数， $e$ は自然対数の底を表す．

[1] 図1のブロック線図で表されるシステムがある． $u(t), v(t), w(t), x(t), y(t)$ はすべてスカラー値をとる信号である．システム内の要素 $G_1, G_2, G_3$ は以下のように特徴づけられる．

- $G_1$ のインパルス応答は $g_1(t) = e^{-t} + 2e^{-2t}$ である．
- $G_2$ の入力 $v(t)$ と出力 $y(t)$ は方程式 $\frac{d}{dt}y(t) = v(t) - y(t)$ を満たす．
- $G_3$ に $t < 0$ のとき0， $t \geq 0$ のとき1の値をとる信号を入力した時の $t \geq 0$ における $G_3$ からの出力は $\frac{1}{2}(1 - e^{-2t})$ である．

- (1) 各要素 $G_1, G_2, G_3$ の伝達関数を求めよ．
- (2) 図1のシステムの $x(t)$ から $y(t)$ までの伝達関数を求めよ．

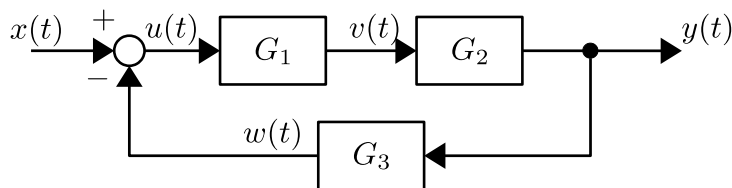


図1

[2] 伝達関数が以下のように与えられる二つのシステムがある．

$$G_1(s) = \frac{K_1}{1+s}, K_1 > 0, \quad G_2(s) = \frac{K_2}{(1+s)(1+10s)(1+100s)}, K_2 > 0$$

$G_1$ のゲイン-周波数特性と位相-周波数特性をそれぞれ $g_1(\omega)$  [dB],  $\phi_1(\omega)$  [deg],  $G_2$ のゲイン-周波数特性と位相-周波数特性をそれぞれ $g_2(\omega)$  [dB],  $\phi_2(\omega)$  [deg]とする．

- (1)  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi_1(\omega)$ と $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi_2(\omega)$ を求めよ．
- (2)  $K_1 = 1, K_2 = 1$ のときのゲイン-周波数特性 $g_1(\omega), g_2(\omega)$ のそれぞれを表す折れ線近似のグラフを描け．
- (3)  $G_1, G_2$ のそれぞれによって構成される図2の閉ループ系を考える． $K_1$ および $K_2$ の値を大きくすると，それぞれの閉ループ系は不安定になる可能性があるか？理由とともに答えよ．

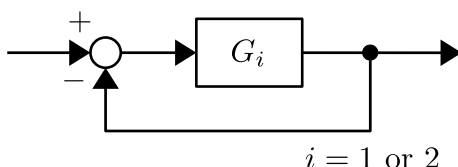


図2

[3] 次のシステムの制御系設計を考える.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &= x(t) + u(t) + d(t) \\ y(t) &= x(t)\end{aligned}$$

ここで  $x(t)$  は状態量,  $u(t)$  は入力,  $y(t)$  は出力,  $d(t)$  は外乱であり, すべてスカラー値をとる.

(1) 以後  $d(t)$  は一定値である, すなわち  $\frac{d}{dt}d(t) = 0$  であると仮定する.  $d(t)$  を状態量と考え, 状態ベクトルを  $[x(t) \ d(t)]^T$  としたシステムの状態方程式を導け. このシステムを拡大系と呼ぶこととする.

(2) 拡大系は出力を  $y(t)$  とすると可観測であることを示せ.

(3) 拡大系の状態ベクトルを推定する完全次元オブザーバの状態方程式を導け. 完全次元オブザーバの極は  $s = -2$  および  $s = -3$  とせよ.  $[x(t) \ d(t)]^T$  の推定値は  $[\hat{x}(t) \ \hat{d}(t)]^T$  と表すものとする.

(4) 制御則を

$$u(t) = -k y(t) - \hat{d}(t) + r(t)$$

とする. ここで  $k$  はフィードバックゲイン,  $r(t)$  は目標値である. 閉ループシステムが BIBO 安定となるような  $k$  のとりうる範囲を示せ.

(5)  $r(t)$  が一定値の場合,  $y(t)$  は一定値に収束することを示せ. ただし  $k$  は閉ループシステムが BIBO 安定になるように選ばれているものとする.

**令和 2 年度電気電子工学専攻修士課程入学試験問題**  
**Control engineering (26 August 2019)**

Answer the following questions ([1], [2] and [3]). In the following,  $t$  denotes the time,  $s$  the Laplace operator,  $\omega$  the angular frequency, and  $e$  the base of natural logarithm.

[1] Consider the system depicted by the block diagram in Fig.1, where  $u(t), v(t), w(t), x(t)$  and  $y(t)$  are all scalar-valued signals. The elements  $G_1, G_2$  and  $G_3$  in the system are characterized as follows:

- the impulse response of  $G_1$  is  $g_1(t) = e^{-t} + 2e^{-2t}$ ;
- the input  $v(t)$  and the output  $y(t)$  of  $G_2$  satisfy the equation  $\frac{d}{dt}y(t) = v(t) - y(t)$ ;
- when the signal that takes the value 0 for  $t < 0$  and 1 for  $t \geq 0$  is fed to  $G_3$ , the output from  $G_3$  for  $t \geq 0$  is  $\frac{1}{2}(1 - e^{-2t})$ .

(1) Find the transfer function of each of the elements  $G_1, G_2$  and  $G_3$ .

(2) Find the transfer function from  $x(t)$  to  $y(t)$  of the system shown in Fig.1.

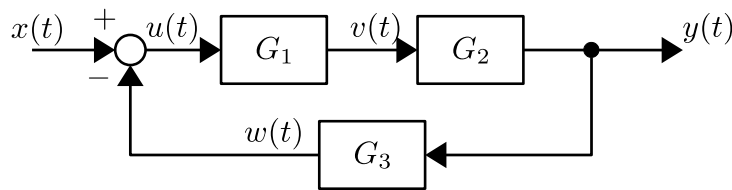


Fig. 1

[2] There are two systems whose transfer functions are given below:

$$G_1(s) = \frac{K_1}{1+s}, \quad K_1 > 0, \quad G_2(s) = \frac{K_2}{(1+s)(1+10s)(1+100s)}, \quad K_2 > 0.$$

Let the gain-frequency characteristics and phase-frequency characteristics of  $G_1$  are denoted, respectively, by  $g_1(\omega)$  [dB] and  $\phi_1(\omega)$  [deg]. Also the gain-frequency and phase-frequency characteristics of  $G_2$  are  $g_2(\omega)$  [dB] and  $\phi_2(\omega)$  [deg], respectively.

- (1) Find  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi_1(\omega)$  and  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \phi_2(\omega)$ .
- (2) Draw the graphs of gain-frequency characteristics  $g_1(\omega)$  and  $g_2(\omega)$  approximated by straight lines when  $K_1 = 1$  and  $K_2 = 1$ .
- (3) Consider the two closed loop systems shown in Fig. 2 each of which consists of either  $G_1$  or  $G_2$ . Can increasing  $K_1$  and  $K_2$  make each closed loop system unstable? Answer with the reason.

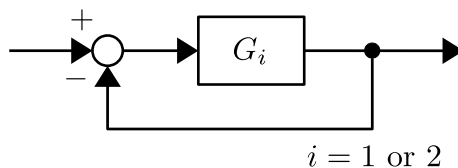


Fig. 2



[3] Consider a controller design for a system represented by the following equations.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &= x(t) + u(t) + d(t), \\ y(t) &= x(t),\end{aligned}$$

where  $x(t)$  is the state variable,  $u(t)$  is the input,  $y(t)$  is the output, and  $d(t)$  is the disturbance, all of which are scalar-valued.

- (1) Hereafter assume that  $d(t)$  is constant, i.e.,  $\frac{d}{dt}d(t) = 0$ . Regarding  $d(t)$  as another state variable, show the state equation of the augmented system of which the state vector is  $[x(t) \ d(t)]^T$ .
- (2) Show that the augmented system is observable regarding  $y(t)$  as the output of the system.
- (3) Show the state equation of the full order observer that estimates the state vector of the augmented system, assigning the poles of the observer at  $s = -2$  and  $s = -3$ . Let  $[\hat{x}(t) \ \hat{d}(t)]^T$  be the estimate of  $[x(t) \ d(t)]^T$ .
- (4) Consider the control law

$$u(t) = -k y(t) - \hat{d}(t) + r(t),$$

where  $k$  is the feedback gain, and  $r(t)$  is the reference. Show the admissible region of  $k$  by which the closed loop system is BIBO stable.

- (5) Show that  $y(t)$  converges to a constant under the condition that  $r(t)$  is constant and that the value of  $k$  is chosen in the admissible region.

## 専門Ⅱ (Special subjects Ⅱ)

---

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。  
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め21枚、解答用紙は3枚である。  
You are given 21 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets.
3. 以下の3分野から1分野を選び解答すること。  
Select 1 out of the following 3 fields and answer the questions.

	分野	field	page
1	電磁気学	Electromagnetism	2 ~
2	半導体デバイス	Semiconductor device	8 ~
3	計算機工学	Computer engineering	14 ~

4. 解答は解答用紙に記入すること。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。  
Your answers should be written on the answer sheets. Use one sheet for each question. You may continue to write your answer on the back of the answer sheets if you need more space. In such a case, indicate this clearly.
5. 解答用紙の全部に、志望するコース名、選択分野名、受験番号、氏名および問題番号を記入すること。  
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the course name, your selected field name, your examinee number, your name and the question number.
6. 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。  
Your answers must be written in Japanese or English.

次の各問(問1 問2 問3)に答えよ.

問1 図1に示すように, 誘電率  $\epsilon_0$  の真空中に3個の半径  $a$  の導体球 A, B, C が1辺の長さ  $L$  ( $a \ll L$ ) の正三角形の頂点に配置されている. 導体球 A の電荷は  $Q_1$ , 電位は  $V_0$ , 導体球 B の電荷は  $Q_2$ , 電位は  $0$ , 導体球 C の電荷は  $Q_3$ , 電位は  $0$  である.

- (1) 電位係数を用いて各球の電位を表せ.
- (2) 各電位係数を  $Q_1, Q_2, V_0$  を用いて表せ.
- (3) 次に, 3個の導体球の電位が全て  $V$  になるように各導体球の電荷を変化させた. この場合の各球の電荷を  $Q_1, Q_2, V_0, V$  を用いて表せ.
- (4) 次に, 3個の導体球の電荷を全て  $Q_1$  に変化させた. この場合の各球の電位を  $Q_1, Q_2, V_0$  を用いて表せ.

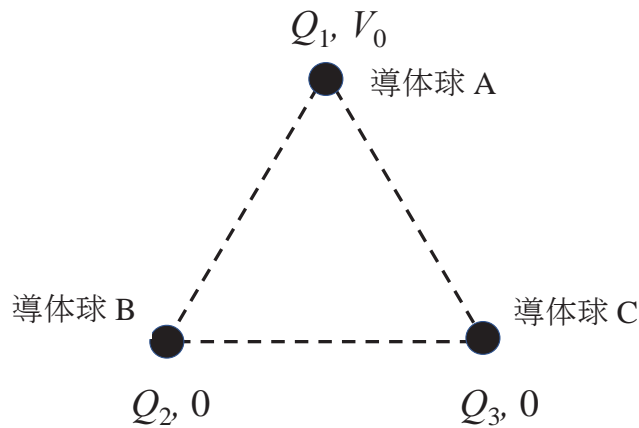


図1

問2 以下の問いに答えよ。ただし、 $\pi = 3.14$ 、真空の誘電率  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ 、素電荷  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$  とする。

- (1) 真空中に置かれた半径  $a$  の導体球が電荷  $Q$  で帯電している。この導体の電位と静電容量を求めよ。
- (2) 真空中に置かれた半径  $2.00 \text{ nm}$  の導体球の静電容量を求めよ。この導体球に電子1個の電荷  $-e$  を与えた場合の電位の変化と蓄積される静電エネルギーを求めよ。
- (3) 真空中に置かれた半径  $2.00 \text{ m}$  の導体球の静電容量を求めよ。この導体球に電子1個の電荷  $-e$  を与えた場合の電位の変化と蓄積される静電エネルギーを求めよ。
- (4) 半径  $2.00 \text{ nm}$  の導体球と半径  $2.00 \text{ m}$  の導体球のどちらが電位の基準に適しているか。また、その理由を述べよ。

問3 真空中に置いた半径  $a$  厚さ  $d$  の円筒状の薄い電極に電流を流した際に生じる磁界について考える. 電極の長さは充分長く端の効果は無視出来るものとし, 円筒の中心軸を  $z$  軸にとり, 図3に示すように  $z$  軸に直交する  $xy$  平面を考える. 電極の厚さは半径に比べ充分薄く, 電流は, 紙面の表面から裏面に向かって電極内を一様に流れているとする. 電流密度の大きさを  $J$ , また, 真空の透磁率を  $\mu_0$  とする.

(1) 図3(a) 中の点  $P(0, \frac{1}{2}a)$ ,  $Q(\frac{1}{2}a, 0)$ ,  $R(0, \frac{3}{2}a)$  に生じる磁界ベクトルの成分をそれぞれ答えよ.

(2) 図3(b)に示すように, 円筒が  $y$  軸と交わる位置に切り込みを入れ, 微小幅  $\Delta W$  の線状のスリットを電極の全長にわたって長手方向に形成した. 点  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  に生じる磁界ベクトルの成分をそれぞれ答えよ. ただし, 電極を流れる電流密度の大きさは前問と同様  $J$  のまま一定であるとする.

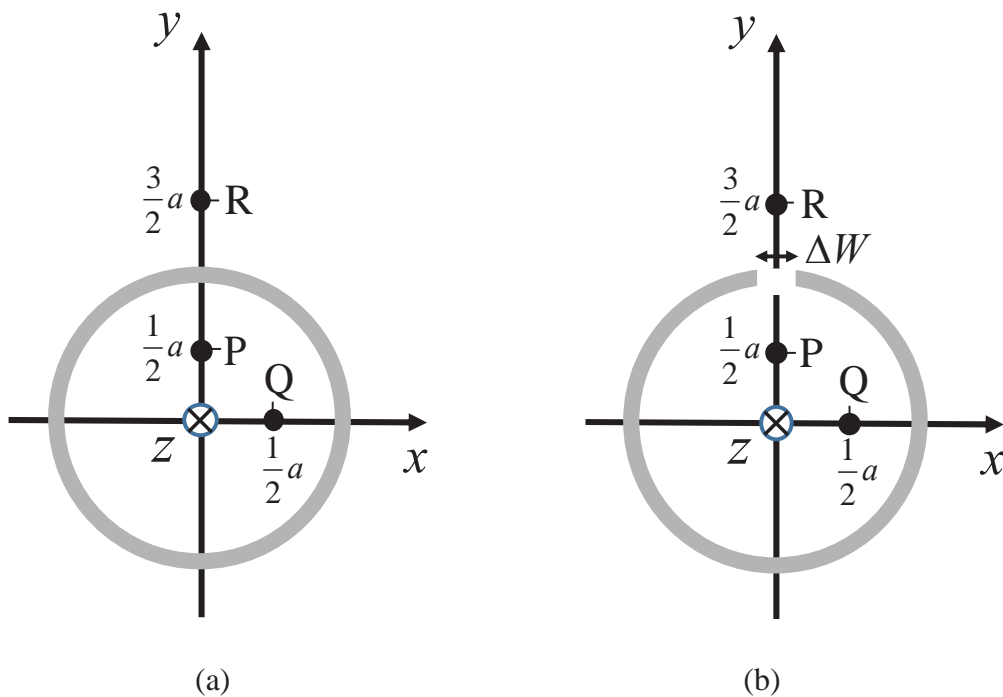


図3

Answer the following questions ([Question 1] [Question 2] [Question 3]).

[Question 1] As shown in Fig. 1, three spherical conductors A, B and C of radius  $a$  are placed at vertices of an equilateral triangle of a side length  $L$  ( $a \ll L$ ) in vacuum with permittivity  $\epsilon_0$ . The electrical charges of the spherical conductors A, B and C are  $Q_1$ ,  $Q_2$ , and  $Q_3$ , respectively. The electrostatic potentials of the spherical conductors A, B and C are  $V_0$ , 0 and 0, respectively.

- (1) Give the electrostatic potential of each sphere using coefficients of potential.
- (2) Give each coefficient of potential using  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $V_0$ .
- (3) Next, the charge of each conductor is changed so that all the potential of three spherical conductors become  $V$ . Give the charge of each conductor using  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $V_0$ ,  $V$ .
- (4) Next, all the charges of three spherical conductors are changed to be  $Q_1$ . Give the potential of each conductor using  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $V_0$ .

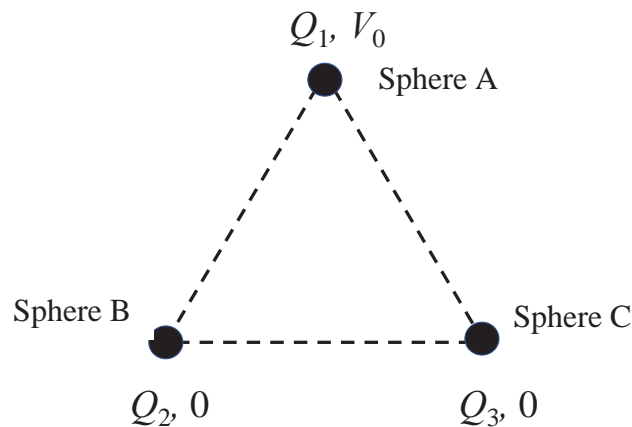


Fig. 1

[Question 2] Answer the following questions, where  $\pi = 3.14$ , permittivity of vacuum  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$  F/m, elementary charge  $e = 1.60 \times 10^{-19}$  C.

- (1) A spherical conductor of radius  $a$  placed in vacuum is charged with a charge  $Q$ . Give electrostatic potential and capacitance of this conductor.
- (2) Give capacitance of a spherical conductor of radius 2.00 nm. Give the change of potential and the stored electrostatic energy when the charge of an electron  $-e$  is given to the conductor.
- (3) Give capacitance of a spherical conductor of radius 2.00 m. Give the change of potential and the stored electrostatic energy when the charge of an electron  $-e$  is given to the conductor.
- (4) Which is more appropriate for the potential reference, either a spherical conductor of radius 2.00 nm or 2.00 m? And give the reason.

[Question 3] Consider the magnetic field produced when a current is applied to a thin cylindrical electrode with a radius  $a$  and a thickness  $d$  placed in a vacuum. Assume that the length of the cylindrical electrode is sufficiently long and the edge effect is negligible, and consider an  $xy$  plane orthogonal to the  $z$ -axis, as shown in Fig. 3, with the central axis of the cylinder taken as the  $z$ -axis. It is assumed that the thickness of the electrode is sufficiently thin compared to the radius, and the current flows uniformly in the electrode from the front surface to the back surface of the paper. Let  $J$  be the magnitude of the current density, and  $\mu_0$  be the magnetic permeability of the vacuum.

- (1) Answer the components of the magnetic field vectors that occur at points  $P(0, \frac{1}{2}a)$ ,  $Q(\frac{1}{2}a, 0)$ , and  $R(0, \frac{3}{2}a)$  in Fig. 3(a).
- (2) As shown in Fig 3 (b), a cut was made at a position where the cylinder intersected the  $y$ -axis, and a linear slit having a small width  $\Delta W$  was formed in the longitudinal direction over the entire length of the electrode. Answer the components of the magnetic field vectors at points P, Q, and R, respectively. It is assumed that the magnitude of the current density flowing through the electrode remains constant at  $J$  as in the previous question.

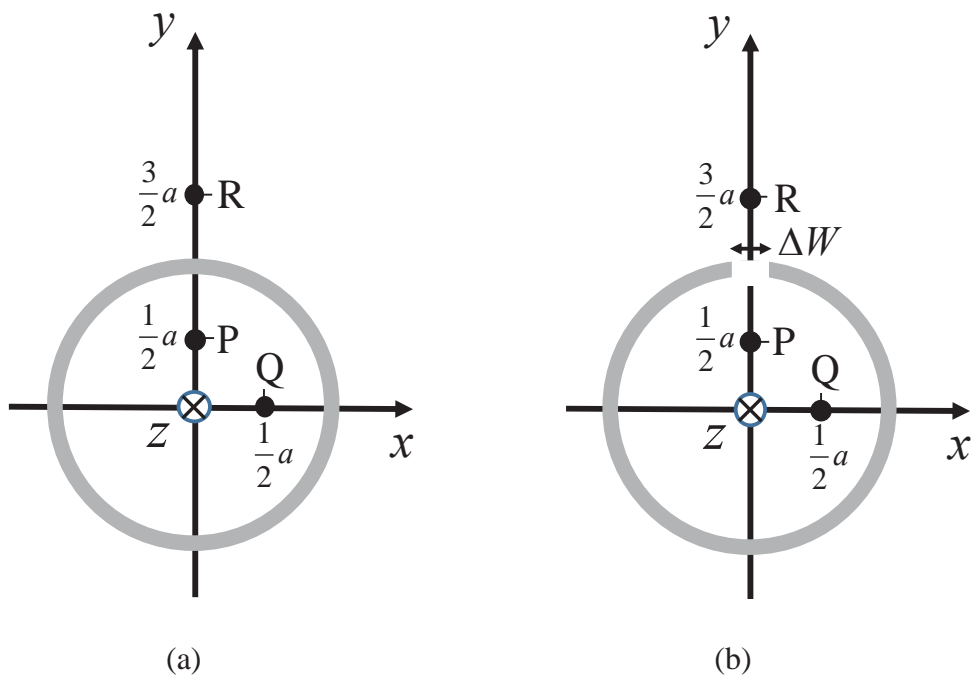


Fig. 3



## 半導体デバイス

次の各問（**1** **2** **3**）に答えよ。

**1**

下記の設問に答えよ。

- (1) 金属，半導体，絶縁体のバンド図を模式的に示すとともに，バンド図を用いて半導体の導電率が金属と絶縁体の中間の値を有することを説明せよ。
- (2) 外因性半導体(不純物半導体)の導電率の温度依存性を測定すると，温度の上昇につれて導電率が増加する温度領域と減少する温度領域の 2 つの温度領域が存在する．このような温度依存性が発現する理由を説明せよ。
- (3) 3つの半導体 A, B, C がある．これらの自由電子の有効質量  $m_e^*$ ，正孔の有効質量  $m_h^*$ ，エネルギーギャップ(禁制帯幅)  $E_g$  の大小関係を以下の表に示す．また，半導体 A と B は直接遷移型，半導体 C は間接遷移型である．半導体 A, B, C のエネルギーバンド構造を模式的に描け．この場合，縦軸を電子のエネルギー  $E$ ，横軸を波数  $k$  で表示すること．図にはエネルギーギャップ(禁制帯幅)  $E_g$  を記入せよ。

	半導体 A	半導体 B	半導体 C
$m_e^*$	小	大	中
$m_h^*$	小	中	大
$E_g$	大	中	小
遷移型	直接	直接	間接

- (4) ①直接遷移型半導体にはどのようなものがあるか．対応する半導体の化学式を 1 つ示せ．  
②間接遷移型半導体にはどのようなものがあるか．対応する半導体の化学式を 1 つ示せ．
- (5) 発光デバイス材料としては，直接遷移型半導体と間接遷移型半導体のいずれが適するか？理由と共に答えよ。

## 2

アクセプター密度  $N_A$  の p 型シリコン(Si)とドナー密度  $N_D$  の n 型 Si で構成される pn 接合ダイオードに関する下記の設問に答えよ。ただし、絶対温度を  $T$ 、真性キャリア密度を  $n_i$ 、電気素量を  $q$  とする。

- (1) この pn 接合ダイオードの、順方向バイアス状態(バイアス電圧: $V_F$ )、および逆方向バイアス状態(バイアス電圧: $-V_R$ )におけるバンド図を描け。図には、価電子帯の頂  $E_V$ 、伝導帯の底  $E_C$ 、フェルミ・エネルギーの位置  $E_F$ 、pn 接合の拡散電位  $V_D$ 、および印加バイアスの大きさ( $V_F$ ,  $-V_R$ )を記入すること。ただし、 $V_F$  および  $V_R$  は正の値である。
- (2) 逆方向バイアス状態における、空乏層内の領域で成立する一次元のポアソン方程式を示せ。ただし、p 型領域と n 型領域の境界を  $x=0$  とし、p 型領域は  $x<0$ 、n 型領域は  $x>0$  とする。p 型側の空乏層端の位置を  $x=-W_p$ 、n 型側の空乏層端の位置を  $x=W_n$  とし、Si の誘電率を  $\epsilon_s$  とする。
- (3) 上記のポアソン方程式を解いて、p 型領域の空乏層の幅  $W_p$ 、n 型領域の空乏層の幅  $W_n$ 、アクセプター密度  $N_A$ 、およびドナー密度  $N_D$  の関係式を導け。
- (4) 逆方向バイアス( $-V_R$ )を印加した p<sup>+</sup>n 片側階段接合( $N_A \gg N_D$ )の単位面積当たりの空乏層容量  $C$  を与える式を示せ。
- (5) p<sup>+</sup>n 片側階段接合の単位面積当たりの空乏層容量  $C$  を逆方向バイアス電圧の関数として測定した実験データを解析すると、ドナー密度  $N_D$  と拡散電位  $V_D$  が求められる。 $N_D$  と  $V_D$  を求める方法を説明せよ。

### 3

エミッタ領域(E), ベース領域(B), コレクタ領域(C)からなるバイポーラ接合トランジスタに関する下記の設問に答えよ.

- (1) pnp バイポーラ接合トランジスタの断面構造を模式的に描き, その中に, E, B, C を明示せよ. さらに, ベース接地回路として用いる時のベース・エミッタ間に印加するエミッタ電圧  $V_E$ , ベース・コレクタ間に印加するコレクタ電圧  $V_C$  を, 極性に注意し, 直流電圧源の回路記号を用いて図中に記入せよ.
- (2) pnp バイポーラ接合トランジスタの活性状態におけるバンド図を描け. バンド図には, 価電子帯の頂  $E_V$ , 伝導帯の底  $E_C$ , フェルミ・エネルギーの位置  $E_F$ , pn 接合の拡散電位  $V_D$ , および印加バイアスの大きさ(エミッタ電圧  $V_E$  およびコレクタ電圧  $V_C$ )を記載すること. ただし, 電気素量を  $q$  とする.
- (3) pnp バイポーラ接合トランジスタのベース・エミッタ間の pn 接合にエミッタ電圧  $V_E$  を印加する. この時, ベース側の空乏層端に注入される正孔の密度(熱平衡正孔密度からの増加量)  $\Delta p_n$  を与える式, およびエミッタ側の空乏層端に注入される自由電子の密度(熱平衡自由電子密度からの増加量)  $\Delta n_p$  を与える式を導け. これらの式に用いて良い物理量は, ベース領域の不純物密度  $N_B$ , エミッタ領域の不純物密度  $N_E$ , 真性キャリア密度  $n_i$ , ボルツマン定数  $k$ , 絶対温度  $T$ , 電気素量  $q$ , エミッタ電圧  $V_E$  のみとする.
- (4) エミッタ電流  $I_E$  とコレクタ電流  $I_C$  の関係をベース接地電流増幅率  $\alpha$  を用いて示せ.
- (5) ベース接地電流増幅率  $\alpha$  を大きくするには, エミッタの不純物密度( $N_E$ )をベースの不純物密度( $N_B$ )より小さくする必要があるか? もしくは, 大きくする必要があるか? 上記の設問(3)で導いた式を参考として, 理由とともに答えよ.
- (6) ベース接地電流増幅率  $\alpha$  を大きくするには, ベース領域の幅を大きくする必要があるか? もしくは, 小さくする必要があるか? 理由とともに答えよ.
- (7) エミッタ接地回路の電流増幅率  $\beta$  を  $\alpha$  を用いて表せ.
- (8) より高い周波数で動作する増幅回路を構成するには, pnp バイポーラ接合トランジスタと npn バイポーラ接合トランジスタのいずれが適するか? 理由と共に答えよ.

**Semiconductor devices**

Answer the following questions ( 1 2 3 ).

1

Answer the following questions.

- (1) Sketch energy band diagrams for a metal, a semiconductor, and an insulator; and describe the reason why the electrical conductivity of a semiconductor shows an intermediate value between those of a metal and an insulator by using the diagrams.
- (2) When the temperature dependence of the electrical conductivity of an extrinsic semiconductor (impurity semiconductor) is measured, two temperature regions, where the conductivity increases in one region and decreases with increasing temperature in the other region, are observed. Explain the reason why such temperature dependence is generated.
- (3) There are three semiconductors A, B, and C, whose free electron effective mass ( $m_e^*$ ), hole effective mass ( $m_h^*$ ), and energy gap ( $E_g$ ) are qualitatively summarized in the table below. In addition, semiconductors A and B have a direct-energy-gap, and semiconductor C has an indirect-energy-gap. Sketch energy band diagrams for semiconductors A, B, and C. Use the vertical axis of energy  $E$  and horizontal axis of wave number  $k$ . The energy gap  $E_g$  must be given in the drawings.

	A	B	C
$m_e^*$	small	large	medium
$m_h^*$	small	medium	large
$E_g$	large	medium	small
band structure	direct	direct	indirect

- (4) ① Give an example of chemical formulae of semiconductor materials with a direct-energy-gap  
 ② Give an example of chemical formulae of semiconductor materials with an indirect-energy-gap.
- (5) Which is suitable for light-emitting device application, a direct-energy-gap semiconductor or an indirect-energy-gap semiconductor? Answer with the reason.

## 2

Answer the following questions about a pn junction diode consisting of a p-type silicon (Si) with an acceptor concentration  $N_A$  and n-type Si with a donor concentration  $N_D$ . The absolute temperature, the intrinsic carrier concentration, and the elementary charge are represented as  $T$ ,  $n_i$ , and  $q$ , respectively.

- (1) Sketch the band diagram for the pn junction diode under the forward bias condition (applied voltage:  $V_F$ ) and that under the reverse bias condition (applied voltage:  $-V_R$ ). The energy positions of the top of the valence band  $E_V$ , the bottom of the conduction band  $E_C$ , the position of the Fermi level  $E_F$ , the diffusion potential  $V_D$  of the pn junction, and the applied voltage ( $V_F$ ,  $-V_R$ ) must be given in the drawings, where  $V_F$  and  $V_R$  are positive values.
- (2) Show one-dimensional Poisson's equation for the depletion region under the reverse bias condition. The boundary between p- and n-type regions is  $x = 0$ , where p-type region is  $x < 0$ , and n-type region is  $x > 0$ . The position of the edge of the depletion layer in the p-type region is  $x = -W_p$ , the position of the edge of the depletion layer in the n-type region is  $x = W_n$ , and the dielectric constant of Si is represented as  $\epsilon_s$ .
- (3) Solve the Poisson's equation obtained above, and derive an equation showing the relationship among the width of the depletion layer in the p-type region  $W_p$ , the width of the depletion layer in the n-type region  $W_n$ , the acceptor concentration  $N_A$ , and the donor concentration  $N_D$ .
- (4) Show an equation for the capacitance  $C$  of the depletion layer per unit area for p<sup>+</sup>n one-sided step junction ( $N_A \gg N_D$ ) applied with a reverse bias ( $-V_R$ ).
- (5) The values of the donor concentration  $N_D$  and the diffusion potential  $V_D$  can be obtained by analyzing experimental data of the depletion-layer capacitance  $C$  per unit area as a function of the reverse bias. Explain the procedure to obtain the values of  $N_D$  and  $V_D$ .

### 3

Answer the following questions about a bipolar junction transistor (BJT) consisting of the emitter (E), base (B), and collector regions (C).

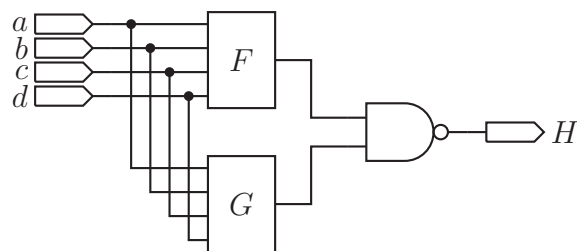
- (1) Draw a cross section of a pnp BJT schematically. The E, B, and C should be given in the drawing. In addition, the polarity of the bias voltages  $V_E$  and  $V_C$  between base and emitter and between base and collector, respectively, in the common base circuit should be shown in the drawing by using the circuit symbols of DC (direct current) voltage sources.
- (2) Sketch a band diagram of a pnp BJT under the normal active condition. The energy positions of the top of the valence band  $E_V$ , the bottom of the conduction band  $E_C$ , the Fermi level  $E_F$ , the diffusion potential  $V_D$  of the pn junction, and the applied biases (emitter voltage  $V_E$  and collector voltage  $V_C$ ) should be given in the drawing. The elementary charge is represented as  $q$ .
- (3) An emitter voltage of  $V_E$  is applied to the pn junction between base and emitter of a pnp BJT. Derive an equation for the concentration of holes  $\Delta p_n$  injected into the edge of the depletion region in the base region (the increase in hole concentrations from that under a thermal equilibrium condition) and that for the concentration of free electrons  $\Delta n_p$  injected into the edge of the depletion region in the emitter region (the increase in free electron concentrations from that under a thermal equilibrium condition). Physical quantities which can be used in the equations are limited to the impurity concentration in the base region  $N_B$ , the impurity concentration in the emitter region  $N_E$ , the intrinsic carrier concentration  $n_i$ , Boltzmann constant  $k$ , the absolute temperature  $T$ , the elementary charge  $q$ , and the emitter voltage  $V_E$ .
- (4) Show an equation for the relation between the emitter current  $I_E$  and the collector current  $I_C$  using the common base current gain  $\alpha$ .
- (5) In order to increase the common base current gain  $\alpha$ , should the impurity concentration in the emitter region  $N_E$  be smaller or larger than the impurity concentration in the base region  $N_B$ ? Answer with the reason on the basis of the equations derived in question (3) above.
- (6) In order to increase the common base current gain  $\alpha$ , should the width of the base region be large or small? Answer with the reason.
- (7) Represent the current gain in a common emitter circuit  $\beta$  using the common base current gain  $\alpha$ .
- (8) Which is suitable for application to circuits, which operate at higher frequency, a pnp BJT or an npn BJT? Answer with the reason.

計算機工学 (Computer Engineering)  
(8枚中の1)

次の各問い（【問1】～【問3】）に答えよ。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

【問1】 論理関数  $H(a, b, c, d)$  を図で示されるように関数  $F(a, b, c, d)$ ,  $G(a, b, c, d)$  および NAND ゲートを使って実現することを考える。関数  $H$  および関数  $G$  の真理値表が以下のように与えられる時、関数  $F$  の最簡積和形を示せ。

$a$	$b$	$c$	$d$	$H$	$G$
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	0



計算機工学 (Computer Engineering)  
(8枚中の2)

【問2】 16ビットのアドレス ( $\text{adr}[15:0]$ ) を入力とする 2 ウェイ・セットアソシアティブキャッシュの設計について考える。バイトアドレッシング方式であり 1 語は 4 バイトとする。各キャッシュアクセスにおいて、 $\text{adr}[15:8]$ 、 $\text{adr}[7:4]$  ならびに  $\text{adr}[3:0]$  は、それぞれ、タグフィールド、インデックスフィールド、オフセットフィールドとして参照される。以下の問いに答えよ

- (1) キャッシュブロックサイズを答えよ。
- (2) キャッシュサイズを答えよ。



計算機工学 (Computer Engineering)  
(8枚中の3)

【問3】 次の各問いに答えよ。

=====

以下の関係 Item(id, name, price), User(uid, name, mail), Transaction(item, uid, star), Follow(fid, uid1, uid2, time) に対し、次の各問いに答えよ。

Item			User			
id	name	price	uid	name	mail	
001	abc	150	u01	A	s@a.com	
002	def	120	u02	B	t@b.com	
003	ghi	230	u03	C	u@c.com	
004	jkl	180	u04	D	v@d.com	
005	mno	350	u05	E	w@e.com	
006	pqr	140	u06	F	x@f.com	
007	stu	150	u07	G	y@g.com	

Transaction			Follow			
item	uid	star	fid	uid1	uid2	time
001	u01	3	f0001	u01	u03	20190801
001	u03	4	f0002	u05	u06	20190810
001	u06	5	f0003	u04	u03	20190810
002	u03	4	f0004	u01	u02	20190811
002	u05	5	f0005	u02	u01	20190813
002	u06	5	f0006	u06	u05	20190817
003	u02	2	f0007	u04	u02	20190820

- (a) 関係 Follow は uid1 のユーザが uid2 のユーザを時刻 time にフォローしたという事実を集めた集合である。この関係の候補キーを全て答えよ。ただし、あるユーザがあるユーザをフォローできるのは高々一度だけであると仮定する。
- (b) 関係 Transaction は uid のユーザが id の商品を購入し、1~5 の値 star で商品の評価したという事実を集めた集合である。id が 002 である商品を買ったユーザの uid の集合を求める関係代数の演算を答えよ。
- (c) 関係 User はユーザ ID が uid を持つユーザ name のメールアドレスが mail であることを表す集合である。id が 002 である商品を買ったユーザのメールアドレスの集合を求める関係代数の演算を答えよ。
- (d) id が 002 である商品を買ったユーザをフォローしているユーザの集合を求める関係代数の演算を答えよ。
- (e) 関係 Item は商品の識別子 id, その名前 name, その価格 price を集めた集合であり、この関係から以下のような結果を得る属性 price と不等号を用いた関係代数の演算を答えよ。

id | price

計算機工学 (Computer Engineering)  
(8枚中の4)

```
-----
003 | 230
005 | 350
```

- (f) 関係  $R$  と Follow の自然結合  $(R[\text{uid} = \text{uid1}]\text{Follow})[\text{fid}, \text{uid1}, \text{uid2}]$  で、以下のよ  
うな結果が得られた。この時の関係  $R$  を、関係 Transaction と属性 star を用いて  
答えよ。

```
fid   | uid1 | uid2
-----
f0002 | u05  | u06
f0006 | u06  | u05
```

- (g) 関係 Follow と  $R$  の商  $\text{Follow}[\text{uid1}, \text{uid2}] \div R$  で、以下のような結果が得られた。こ  
の時の関係  $R$  を答えよ。

```
uid1
----
u01
u04
```

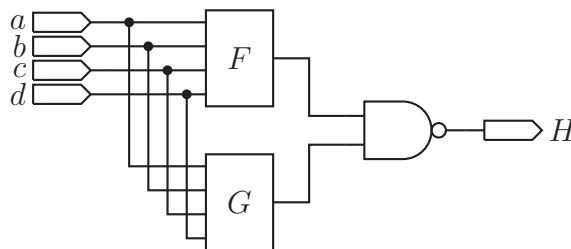
## 計算機工学 (Computer Engineering)

(8枚中の5)

Answer the following questions (【Q1】~【Q3】).

【Q1】 Let  $H(a, b, c, d)$  be a logic function. Consider that  $H$  is composed of another subfunctions  $F(a, b, c, d)$ ,  $G(a, b, c, d)$  and a NAND gate as shown in the figure below. When the truth tables of  $H$  and  $G$  are given below, show the minimum sum of products form of  $F$ .

$a$	$b$	$c$	$d$	$H$	$G$
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	0



## 計算機工学 (Computer Engineering)

(8枚中の6)

**【Q2】** Consider designing a two-way set-associative cache memory that accepts a 16-bit address ( $\text{adr}[15:0]$ ). Suppose a byte-addressing scheme and the word size is 4 bytes. On each cache access,  $\text{adr}[15:8]$ ,  $\text{adr}[7:4]$ , and  $\text{adr}[3:0]$  are referenced as a tag field, an index field, and an offset field, respectively. Answer the following questions.

- (1) Answer the cache block size.
- (2) Answer the cache size.

計算機工学 (Computer Engineering)  
(8枚中の7)

【Q3】 Answer the following questions. For the following relations  $\text{Item}(\underline{\text{id}}, \text{name}, \text{price})$ ,  $\text{User}(\underline{\text{uid}}, \text{name}, \text{mail})$ ,  $\text{Follow}(\underline{\text{fid}}, \text{uid1}, \text{uid2}, \text{time})$ , and  $\text{Transaction}(\underline{\text{item}}, \underline{\text{uid}}, \text{star})$ , answer the following questions.

Item		
id	name	price
001	abc	150
002	def	120
003	ghi	230
004	jkl	180
005	mno	350
006	pqr	140
007	stu	150

User		
uid	name	mail
u01	A	s@a.com
u02	B	t@b.com
u03	C	u@c.com
u04	D	v@d.com
u05	E	w@e.com
u06	F	x@f.com
u07	G	y@g.com

Transaction		
item	uid	star
001	u01	3
001	u03	4
001	u06	5
002	u03	4
002	u05	5
002	u06	5
003	u02	2

Follow			
fid	uid1	uid2	time
f0001	u01	u03	20190801
f0002	u05	u06	20190810
f0003	u04	u03	20190810
f0004	u01	u02	20190811
f0005	u02	u01	20190813
f0006	u06	u05	20190817
f0007	u04	u02	20190820

- Relation **Follow** is a set of facts that a user of **uid1** follows another user of **uid2** at time of **time**. Answer all candidate keys, where we assume that a user can follow one user at most once.
- Relation **Transaction** is a set of facts that a user of **uid** purchases an item of **id** and puts a score from 1 to 5 as **star**. Answer operations of the relational algebra to obtain the set of **uids** who purchase items whose **ids** are 002.
- Relation **User** is a set of facts that a user whose ID is **uid** and name is **name** has a mail address **mail**. Answer operations of the relational algebra to obtain the set of **mails** of users who purchase items whose **ids** are 002.
- Answer operations of the relational algebra to obtain the set of users following the users who purchased items whose **ids** are 002.
- Relation **Item** is a set of items whose IDs are **id**, their names **names**, and their **prices**. Answer operations of the relational algebra to obtain the following result using attribute **price** and a sign of inequality.  

id	price
----	-------

## 計算機工学 (Computer Engineering)

(8枚中の8)

```
-----
003 | 230
005 | 350
```

- (f) When the following result is obtained using the natural join

$(R[uid = uid1]Follow)[fid, uid1, uid2]$  of two relations  $R$  and  $Follow$ , answer relation  $R$  using relation  $Transaction$  and attribute `star`.

```
fid   | uid1 | uid2
-----
f0002 | u05  | u06
f0006 | u06  | u05
```

- (g) When the following result is obtained using the division  $Follow[uid1, uid2] \div R$  of two relations  $Follow$  and  $R$ , answer relation  $R$ .

```
uid1
----
u01
u04
```