

九州大学大学院システム情報科学府

電気電子工学専攻

令和3年度入学試験問題

**【令和2年12月5日（土）、6日（日）】**

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の1)

## 解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。  
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め7枚、解答用紙は3枚つづり(1分野につき1枚)である。  
You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
- 以下の6分野から3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする。  
Select 3 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	微分積分	Calculus	3
3	微分方程式	Differential equation	4
4	ベクトル解析	Vector analysis	5
5	複素関数論	Complex function theory	6
6	確率・統計	Probability and statistics	7

- 解答用紙の全部に、専攻名、選択分野番号(○で囲む)、受験番号および氏名を記入すること。  
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, the selected field number (mark with a circle), your examinee number and your name.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。  
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.
- 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。  
Your answers must be written in Japanese or English.

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

$n \times m$  実行列  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$  の第  $j$  列 ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) を  $a_j \in \mathbb{R}^n$  とする。各部分集合  $J \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$  について、その要素数を  $|J|$  で表し、 $a_j$  ( $j \in J$ ) を  $j$  に関する昇順で左から並べて得られる  $A$  の部分行列を  $A[J] \in \mathbb{R}^{n \times |J|}$  で表す。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 以下の行列  $A$  に対し、 $\{a_j \mid j \in J\}$  が線形独立であるような部分集合  $J \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  をすべて求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -3 & -5 \\ -2 & -2 & 0 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

- (2) (1) の行列  $A$  に対し、 $\text{rank}(A[J]) < |J|$  を満たす部分集合  $J \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  であって、 $J$  の任意の真部分集合  $I \subsetneq J$  について  $\text{rank}(A[I]) = |I|$  が成り立つものをすべて求めよ。ただし、空集合  $\emptyset$  に対しては  $\text{rank}(A[\emptyset]) = 0$  と定義する。
- (3) 一般の  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$  について、 $I \subseteq J \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$  かつ  $\text{rank}(A[J]) = |J|$  のとき、 $\text{rank}(A[I]) = |I|$  が成り立つことを示せ。

For an  $n \times m$  real matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ , let  $a_j \in \mathbb{R}^n$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) be the  $j$ -th column of  $A$ . For each subset  $J \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$ , let  $A[J] \in \mathbb{R}^{n \times |J|}$  denote the submatrix of  $A$  obtained by arranging  $a_j$  ( $j \in J$ ) in the ascending order of  $j$ , where  $|J|$  denotes the cardinality of  $J$ . Answer the following questions.

- (1) For the following matrix  $A$ , find all subsets  $J \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  such that  $\{a_j \mid j \in J\}$  is linearly independent:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -3 & -5 \\ -2 & -2 & 0 & 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (2) For the matrix  $A$  in (1), find all subsets  $J \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  such that  $\text{rank}(A[J]) < |J|$  and  $\text{rank}(A[I]) = |I|$  for any proper subset  $I \subsetneq J$ , where  $\text{rank}(A[\emptyset]) = 0$  for the empty set  $\emptyset$ .
- (3) Prove for any  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$  that, if  $I \subseteq J \subseteq \{1, 2, \dots, m\}$  and  $\text{rank}(A[J]) = |J|$ , then  $\text{rank}(A[I]) = |I|$ .

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の3)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 2. 【微分積分 (Calculus) 分野】

$\mathbb{R}^2$  上の関数

$$f(x, y) = (x + y) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right)$$

について次の各問いに答えよ。

- (1)  $f$  の停留点を全て求めよ。
- (2)  $f$  の極大点と極小点を全て求めよ。
- (3)  $f$  の最大値または最小値が存在する場合、それらを求めよ。

For the function

$$f(x, y) = (x + y) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2}\right)$$

over  $\mathbb{R}^2$ , answer the following questions.

- (1) Find all the stationary points of  $f$ .
- (2) Find all the local maximum and the local minimum points of  $f$ .
- (3) Find the maximum and the minimum values of  $f$ , if they exist, respectively.

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet  
for each field.

### 3. 【微分方程式 (Differential equation) 分野】

次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$(1) \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 6y^2}{4xy}$$

$$(2) \frac{dy}{dx} = e^{2x+y+1} - 1$$

Find general solutions to the following differential equations.

$$(1) \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 6y^2}{4xy}$$

$$(2) \frac{dy}{dx} = e^{2x+y+1} - 1$$

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の5)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 4. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において、 $x$ ,  $y$ ,  $z$  軸方向の単位ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  とする。次の各問に答えよ。

- (1) 3点  $(2, -6, 2)$ ,  $(1, -10, -1)$  および  $(-1, 2, 3)$  が決定する平面と点  $(2, -2, -2)$  との距離を求めよ。
- (2) ベクトル場  $\mathbf{F}$  を  $\mathbf{F} = \left(-\frac{xy}{4}\right)\mathbf{i} + (z-x)\mathbf{j} + (x+y)\mathbf{k}$  とする。曲線  $C: x = \frac{y^2}{8}, y = -z$  に沿って、 $(0, 0, 0)$  から  $\left(\frac{9}{2}, 6, -6\right)$  までの線積分  $\int_C \mathbf{F} \times d\mathbf{r}$  を計算せよ。

The unit vectors on  $x$ ,  $y$  and  $z$  axes of Cartesian coordinates are denoted by  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  and  $\mathbf{k}$ , respectively. Answer the following questions.

- (1) Find the distance from the point  $(2, -2, -2)$  to the plane determined by the points  $(2, -6, 2)$ ,  $(1, -10, -1)$  and  $(-1, 2, 3)$ .
- (2) Let the vector field  $\mathbf{F} = \left(-\frac{xy}{4}\right)\mathbf{i} + (z-x)\mathbf{j} + (x+y)\mathbf{k}$ . Evaluate the line integral  $\int_C \mathbf{F} \times d\mathbf{r}$  along the curve  $C: x = \frac{y^2}{8}, y = -z$ , from  $(0, 0, 0)$  to  $\left(\frac{9}{2}, 6, -6\right)$ .

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の6)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

## 5. 【複素関数論 (Complex function theory) 分野】

次の各問に答えよ。

(1) 複素関数  $f(z) = \frac{1}{z(z-2)^2}$  を  $z=0$  でローラン展開せよ。

(2) 複素関数  $g(z) = z \sin \frac{1}{z+2}$  を  $z=-2$  でローラン展開し、級数が収束する領域を示せ。  
次に、 $z=-2$  における留数を求めよ。

Answer the following questions.

(1) Expand the complex function  $f(z) = \frac{1}{z(z-2)^2}$  in a Laurent series about  $z=0$ .

(2) Expand the complex function  $g(z) = z \sin \frac{1}{z+2}$  in a Laurent series about  $z=-2$  and give the region of convergence of the series. Then, find the residue at  $z=-2$ .

# 数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする事。  
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet  
for each field.

## 6. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

実数  $p$  は  $0 < p < 1$  を満たすものとする。確率変数  $X$  と  $Y$  は独立に同一の確率関数

$$f(k) = \begin{cases} p & (k = 1) \\ 1 - p & (k = -1) \end{cases}$$

に従うものとする。  $Z = XY$  として、以下の各問に答えよ。

- (1) 期待値  $E[Z]$  を求めよ。
- (2)  $X$  と  $Z$  の共分散  $E[(X - E[X])(Z - E[Z])]$  を求めよ。
- (3)  $X$  と  $Z$  が独立となる  $p$  を求めよ。求めた  $p$  に対し、  $Y$  と  $Z$  も独立であることを示せ。
- (4) (3) で求めた  $p$  に対し、確率  $\Pr[X + Y + Z \leq 2]$  を求めよ。

Let  $p$  be a real satisfying  $0 < p < 1$ . Let  $X$  and  $Y$  be independent random variables which respectively follow the identical probability function

$$f(k) = \begin{cases} p & (k = 1), \\ 1 - p & (k = -1). \end{cases}$$

Let  $Z = XY$ , and answer the following questions.

- (1) Find the expectation  $E[Z]$ .
- (2) Find the covariance  $E[(X - E[X])(Z - E[Z])]$  between  $X$  and  $Z$ .
- (3) Find  $p$  such that  $X$  and  $Z$  are independent. Prove that  $Y$  and  $Z$  are also independent for the same  $p$ .
- (4) Find the probability  $\Pr[X + Y + Z \leq 2]$  for  $p$  obtained in (3).



## 専門 I (Special subjects I)

---

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。  
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め9枚、解答用紙は3枚である。  
You are given 9 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets.
3. 以下の3分野から1分野を選び解答すること。

Select 1 out of the following 3 fields and answer the questions.

	分野	field	page
1	電気回路	Circuit theory	2 ~
2	電子回路	Electronic circuits	4 ~
3	制御工学	Control engineering	6 ~

4. 解答は解答用紙に記入すること。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。  
Your answers should be written on the answer sheets. Use one sheet for each question. You may continue to write your answer on the back of the answer sheets if you need more space. In such a case, indicate this clearly.
5. 解答用紙の全部に、受験番号、氏名、選択分野名および問題番号を記入すること。  
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with your examinee number, your name, the selected field and the question number.
6. 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。  
Your answers must be written in Japanese or English.

令和3年度 大学院システム情報科学府入学試験問題 電気回路 (令和2年12月5日)

4問中3問を選び、解答用紙欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 図1に示す回路において、 $C = \sqrt{3} \text{ F}$ 、 $L = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ H}$ 、電源の角周波数 $\omega = 2 \text{ rad/s}$ 、端子間電圧 $V$ と電流 $I$ の位相差は $\arg\left(\frac{V}{I}\right) = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$ であり、回路は定常状態にあるとする。以下の問いに答えよ。

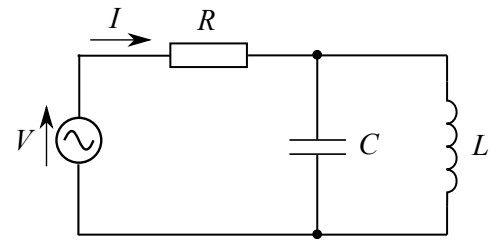
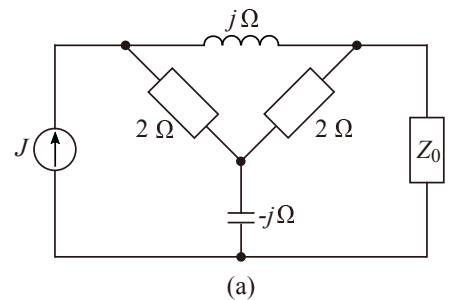


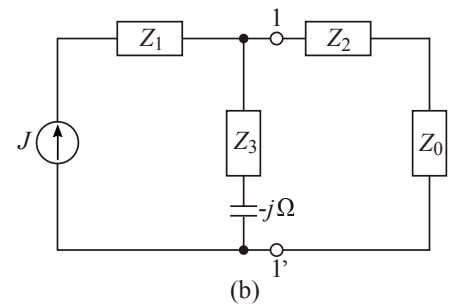
図1

- (1)  $R$ の値を求めよ。
- (2) 電流 $I$ の時間関数が $i(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{6}) \text{ A}$ であり、これに対応するフェーザ電流を $I = e^{j\frac{\pi}{6}} \text{ A}$ と表すとき、フェーザ電圧 $V$ を求め、その時間関数 $v(t)$ を答えよ。

【問2】 図2の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、図2(a)と図2(b)は等価である。



(a)



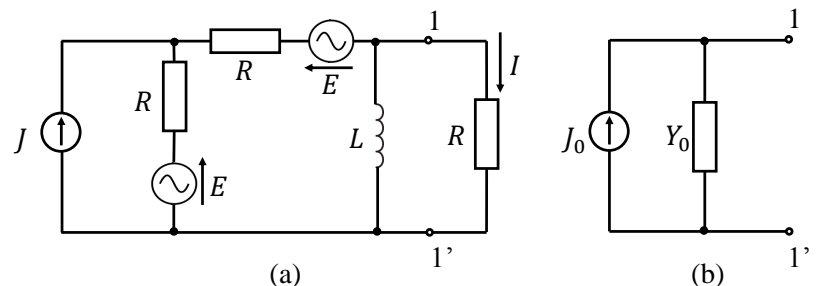
(b)

図2

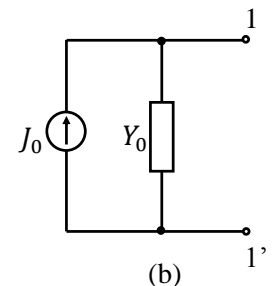
- (1) 図2(b)のインピーダンス $Z_1$ 、 $Z_2$ 、 $Z_3$ を求めよ。
- (2) 図2(b)において、端子対1-1'から右側を見たときのインピーダンス $Z_R$ および左側を見たときのインピーダンス $Z_L$ を記号 $Z_0$ 、 $Z_1$ 、 $Z_2$ 、 $Z_3$ を用いずに表せ。ただし、インピーダンス $Z_0 = R + jX$ である。
- (3) 図2(b)の $Z_0$ において、 $R$ も $X$ も可変であるとき、 $Z_0$ における消費電力を最大とする $R$ および $X$ を求めよ。

【問3】 図3の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源の角周波数を $\omega$ とする。

- (1) 図3(b)が図3(a)の端子対1-1'の左側の2端子回路と等価なとき、電流源 $J_0$ とアドミタンス $Y_0$ を求めよ。



(a)



(b)

図3

- (2) 図3(a)の電流 $I$ を求めよ。

【問4】 図4の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、 $e(t) = 50 \sin t \text{ V}$ とし、スイッチ $S$ を閉じる前の回路は定常状態にあるとする。

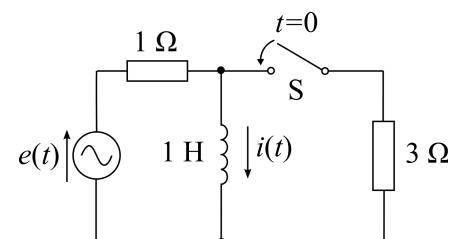


図4

- (1)  $t = 0$ でスイッチ $S$ を閉じた直後の電流 $i(+0)$ を求めよ。
- (2)  $t > 0$ における電流 $i(t)$ を求めよ。

# Circuit Theory (2021 ISEE Entrance Examination (December 5, 2020))

Choose three out of the four questions and write the chosen question number on each answer sheet.

**[Q1]** Consider the circuit shown in Fig. 1, where  $C = \sqrt{3}$  F,  $L = \frac{\sqrt{3}}{6}$  H, the angular frequency of the source  $\omega = 2$  rad/s, the phase difference  $\arg(\frac{V}{I}) = -\frac{\pi}{6}$  rad, and the circuit is in steady state. Answer the following questions.

- (1) Find the resistance  $R$ .
- (2) The current  $I$  in the time domain expression is  $i(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{6})$  A and the corresponding phasor is  $I = e^{j\frac{\pi}{6}}$  A. Find the phasor  $V$  and the corresponding time domain expression  $v(t)$ .

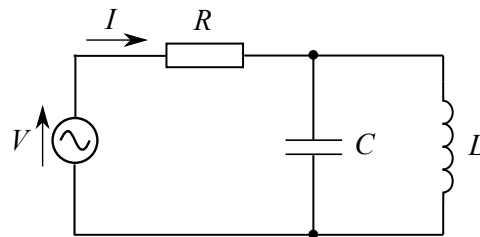
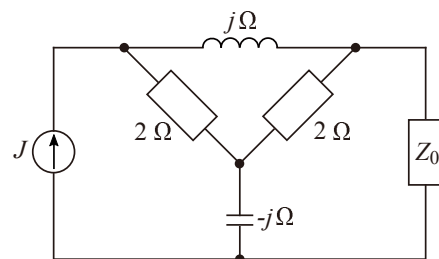


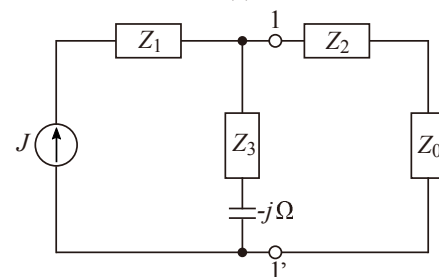
Fig. 1

**[Q2]** Consider the circuit shown in Fig. 2. Here, the circuit shown in Fig. 2(b) is equivalent to Fig. 2(a). Answer the following questions.

- (1) Find the impedance  $Z_1$ ,  $Z_2$ , and  $Z_3$  of Fig. 2(b).
- (2) In Fig. 2(b), express  $Z_R$  and  $Z_L$  without using symbols  $Z_0$ ,  $Z_1$ ,  $Z_2$ , and  $Z_3$ , where  $Z_R$  is defined as the impedance measured rightward from the terminals 1-1',  $Z_L$  is defined as the impedance measured leftward from the terminals 1-1', and the impedance  $Z_0 = R + jX$ .
- (3) When  $R$  and  $X$  are variable, find the value of  $R$  and  $X$  which maximize the power consumption at the impedance  $Z_0$ .



(a)

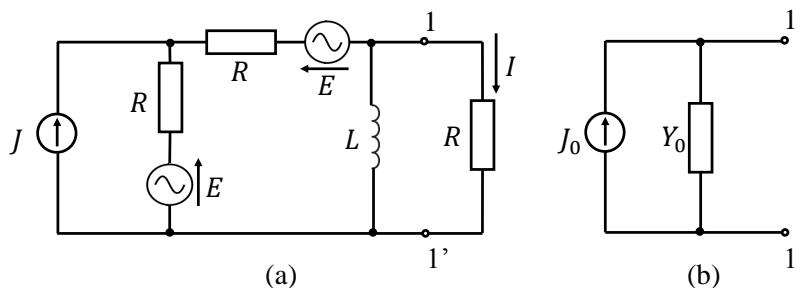


(b)

Fig. 2

**[Q3]** Consider the circuit shown in Fig. 3, where the sources have the angular frequency  $\omega$ . Answer the following questions.

- (1) Find the current source  $J_0$  and the admittance  $Y_0$  when the circuit in Fig. 3(b) is equivalent to the circuit seen from the terminals 1-1' to the left in Fig. 3(a)



(a)

(b)

Fig. 3

**[Q4]** Consider the circuit shown in Fig. 4, where  $e(t) = 50 \sin t$  V and the circuit is in steady state before the switch S is closed.

- (1) Find the current  $i(+0)$  just after the switch S is closed at  $t = 0$ .
- (2) Find the current  $i(t)$  for  $t > 0$ .

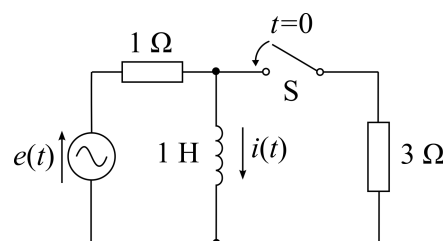


Fig. 4

次の各問(1, 2, 3)に答えよ。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1. 次の問に答えよ。ただし、演算増幅器は理想的であるとする。

(1) 図1(a)に示す回路の伝達関数  $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$  を求めよ。

(2) 図1(b)に示す回路の伝達関数  $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$  を導き、 $G(j\omega)$  について電圧利得および位相のボーデ図の概形を描け。

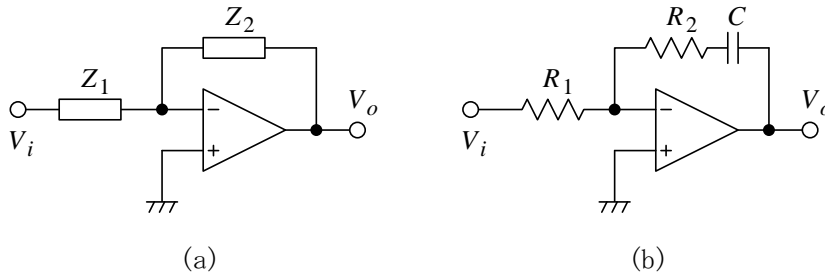


図1

2. 図2(a)に示す特性を持つツェナーダイオード Z を用い、図2(b)に示すように抵抗 R と組み合わせてリミッタ回路を作った。次の問に答えよ。

(1) このリミッタ回路の入出力電圧特性を図2(c)に示した座標系に図示せよ。

(2) 入力電圧  $V_i$  として図2(d)に示すような正弦波を与えたときの出力電圧  $V_o$  の波形を図示せよ。

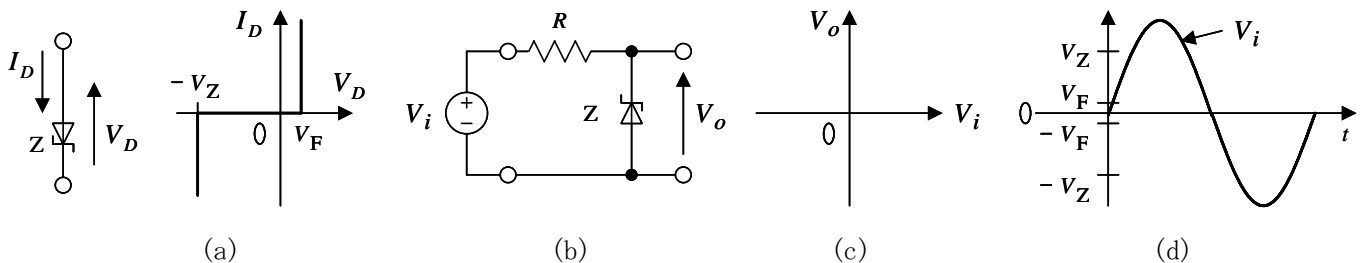


図2

3. 図3に示すRC正弦波発振器について、次の問に答えよ。ただし、演算増幅器は理想的であるとする。

(1) Aの非反転増幅器の部分の電圧利得  $G_A$  を求めよ。

(2) BのRC回路の部分の電圧利得(減衰率)  $G_B$  を求めよ。

(3) RC正弦波発振器のループ利得  $T$  を求めよ。但し、 $T = G_A G_B$  である。

(4) 発振が定常状態にある時の発振角周波数と振幅条件を求めよ。

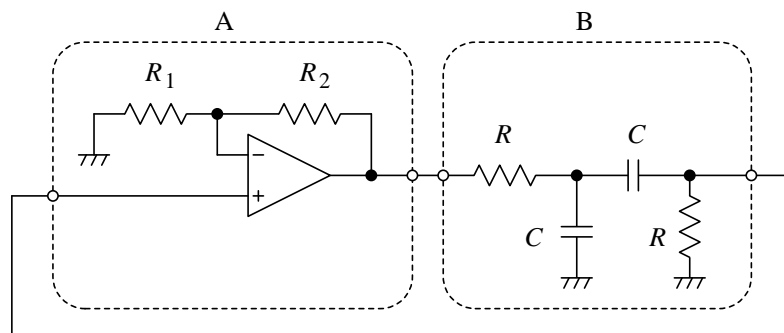


図3

Answer the following questions (1, 2, 3). **All answers should be written on the answer sheets.**

1. Answer the following questions. The operational amplifiers are assumed to be ideal.
  - (1) Derive the transfer function  $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$  for the circuit shown in Fig. 1 (a).
  - (2) Derive the transfer function  $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$  for the circuit shown in Fig. 1 (b), and sketch the Bode plots of the voltage gain and the phase for  $G(j\omega)$ .

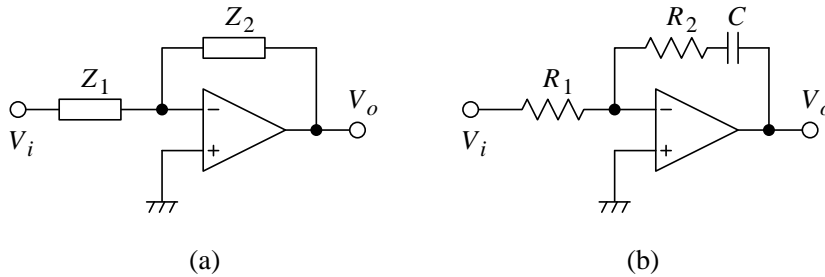


Fig. 1

2. By using a Zener diode with its voltage-current characteristic shown in Fig. 2 (a), a limiter circuit as shown in Fig. 2 (b) has been constructed with a resistor  $R$ .
  - (1) Sketch the input-output voltage characteristic of the limiter circuit on the coordinate plane as shown in Fig. 2 (c).
  - (2) Sketch the waveform of the output voltage  $V_o$  when the sinusoidal input voltage  $V_i$  is applied as shown in Fig. 2 (d).

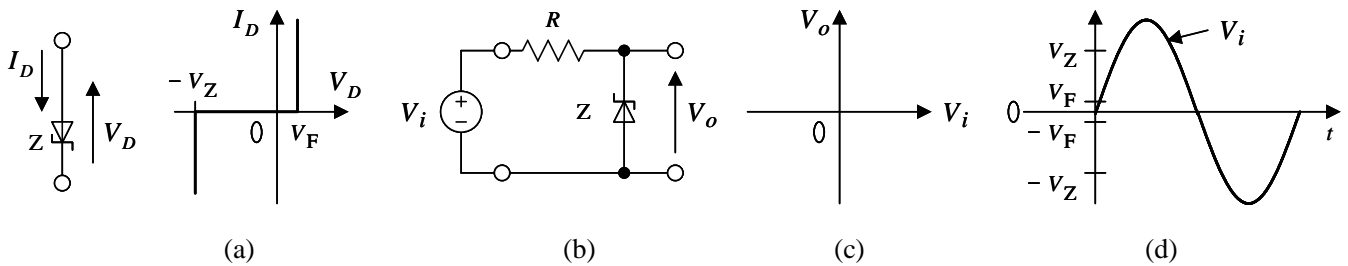


Fig. 2

3. Solve the following problems on the RC sinusoidal oscillator shown in Fig. 3. The operational amplifier is assumed to be ideal.
  - (1) Derive the voltage gain  $G_A$  of the non-inverting amplifier (part A).
  - (2) Derive the voltage gain (attenuation rate)  $G_B$  of the RC network (part B).
  - (3) Derive the loop gain  $T$  of the RC sinusoidal oscillator, where  $T = G_A G_B$ .
  - (4) Obtain the oscillation frequency and the condition of the amplitude for steady-state oscillation.

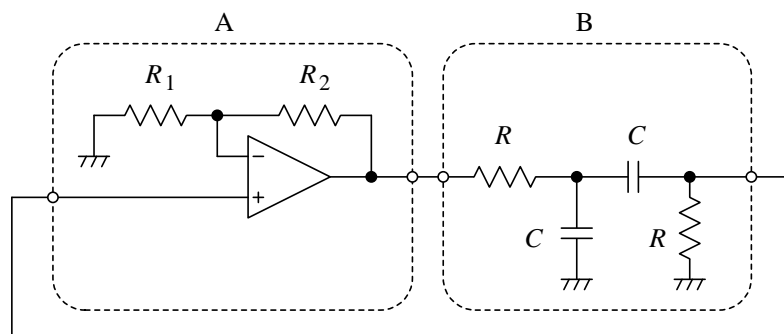


Fig. 3

令和3年度電気電子工学専攻修士課程入学試験問題  
制御工学分野（令和2年12月5日実施）

次の各問（[1]，[2]，[3]）に答えよ．文中， $t$ は時刻， $s$ はラプラス演算子を表す．

[1] 伝達関数  $G(s) = \frac{K}{1+Ts}$  ( $K$  と  $T$  は実定数) で表されるシステムがある．このシステムにある正弦波入力を継続して加え，十分時間が経過した後の出力を測定する実験を，複数回行ったところ，毎回，同じ波形の出力が得られた．図1に十分時間が経過した後の入力（破線）と出力（実線）を示す．以下の間に答えよ．なお，解答の中で平方根と  $\tan^{-1}$  は数値として求める必要はない．

- (1) このシステムは安定であるか不安定であるか．理由とともに答えよ．
- (2) このシステムに一定値2を継続して入力し，十分時間が経過した際の出力を数値または式で表せ．
- (3) このシステムに  $\sin 20t$  を継続して入力し，十分時間が経過した際の出力を数値または式で表せ．

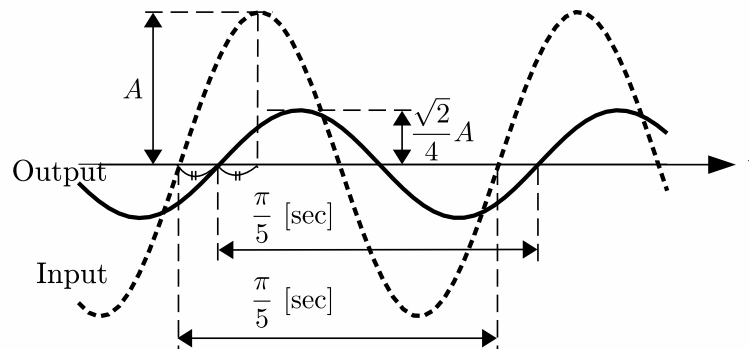


図1

[2] 3個の伝達要素から構成されるシステムがある．このシステム全体として2つの入力  $r$ ,  $d$  を受取り，1つの出力  $c$  を出す．また，3個の伝達要素の入力と出力をそれぞれ  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  および  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  とする．これらの信号の間には以下の関係がある．

$$\begin{aligned}x_1 &= r - y_3, & \frac{dy_1}{dt} + 10y_1 &= \frac{dx_1}{dt} - x_1 \\x_2 &= y_1 + d, & \frac{d^2y_2}{dt^2} - \frac{dy_2}{dt} &= x_2 \\x_3 &= y_2, & y_3 &= x_3 \\c &= y_2\end{aligned}$$

以下の間に答えよ．

- (1) このシステムを表すブロック線図を描け．各伝達要素を表すブロックの中にはその伝達要素の伝達関数を書き入れよ．
- (2) 入力  $r$  から出力  $c$  までの伝達関数を求め，その安定性を議論せよ．
- (3) 入力  $d$  から出力  $c$  までの伝達関数を求め，その安定性を議論せよ．

[3] 次の制御対象を考える．

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u(t), & x(0) &= x_0 \\y(t) &= [b \ 1]x(t) + d(t)\end{aligned}$$

ここで， $x$  は状態ベクトル， $u$  は制御入力， $y$  は制御量， $d$  は外乱， $b$  は定数， $x_0$  は状態ベクトルの初期値である．外乱は

$$\frac{d}{dt}d(t) = 0, \quad d(0) = d_0$$

と仮定する．ここで  $d_0$  は外乱の初期値である．外乱の影響を抑制するため，以下に示す新しい変数  $w$  を導入し積分器を用いて系を拡大する．

$$\frac{d}{dt}w(t) = y(t)$$

以下の間に答えよ．

- (1)  $u$ ,  $d$  を入力とし， $w$  を出力とする拡大システムの状態方程式および出力方程式を示せ．ただし拡大システムの状態ベクトルは  $[x^T \ w]^T$  とする．

- (2) 状態フィードバック制御

$$u(t) = -K \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$$

を用いて，拡大システムを安定化できるように課される  $b$  の条件を示せ．ここで  $K$  は状態フィードバックゲインである．

- (3) 状態フィードバック制御により拡大システムが安定化されているとき， $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$  の値を示せ．

**令和3年度電気電子工学専攻修士課程入学試験問題**  
**Control engineering (5 December 2020)**

Answer the following questions ([1], [2] and [3]). In the following,  $t$  denotes the time, and  $s$  the Laplace operator.

[1] Consider the system whose transfer function is  $G(s) = \frac{K}{1 + Ts}$ , where  $K$  and  $T$  are real constants. When we repeatedly performed the experiment where a certain sinusoidal input was continuously fed to the system and its output was measured after sufficiently long time passed, we always obtained the same waveform of output. Figure 1 shows the input (broken line) and the output (solid line) after sufficiently long time passed. Answer the following questions. Note that you do not need to show the numerical value of square root or  $\tan^{-1}$  in your answers.

- (1) Answer, with the reason, whether this systems is stable or not.
- (2) Suppose that the constant input 2 is continuously fed to the system. Express, with a numerical value or a formula, the output that we will get after sufficiently long time has passed.
- (3) Suppose that the input  $\sin 20t$  is continuously fed to the system. Express, with a numerical value or a formula, the output that we will get after sufficiently long time has passed.

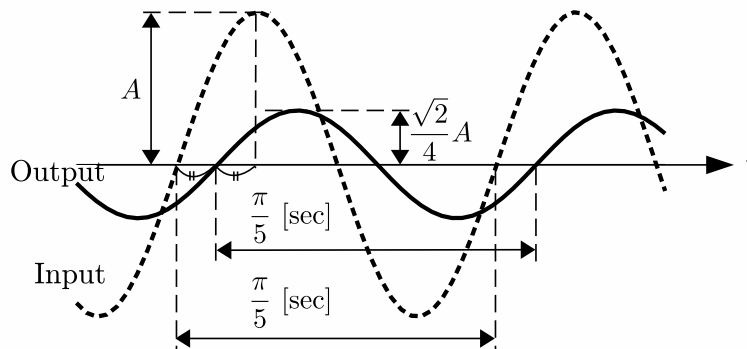


Figure 1



[2] Consider a system consisting of three transfer elements. The system, as a whole, receives two inputs  $r$  and  $d$  and gives an output  $c$ . Let us denote the inputs and the outputs of the three transfer elements by  $x_1, x_2$  and  $x_3$ , and  $y_1, y_2$  and  $y_3$ , respectively. The signals satisfy the following relationships:

$$\begin{aligned}x_1 &= r - y_3, & \frac{dy_1}{dt} + 10y_1 &= \frac{dx_1}{dt} - x_1, \\x_2 &= y_1 + d, & \frac{d^2y_2}{dt^2} - \frac{dy_2}{dt} &= x_2, \\x_3 &= y_2, & y_3 &= x_3, \\c &= y_2.\end{aligned}$$

Answer the following questions.

- (1) Draw the block diagram of the system. In the blocks that represent the transfer elements, write down the corresponding transfer functions.
- (2) Find the transfer function from the input  $r$  to the output  $c$ , and discuss its stability.
- (3) Find the transfer function from the input  $d$  to the output  $c$ , and discuss its stability.

[3] Consider the controlled object below:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), & x(0) &= x_0, \\y(t) &= [b \ 1]x(t) + d(t),\end{aligned}$$

where  $x$  is the state vector,  $u$  is the control input,  $y$  is the controlled output,  $d$  is the disturbance,  $b$  is a constant, and  $x_0$  is the initial value of the state vector. Assume that the disturbance is expressed as follows:

$$\frac{d}{dt}d(t) = 0, \quad d(0) = d_0,$$

where  $d_0$  is the initial value of the disturbance. Augment the system using an integrator for disturbance attenuation, introducing a new variable  $w$  defined by the equation below

$$\frac{d}{dt}w(t) = y(t).$$

Answer the following questions.

- (1) Show the state equation and the output equation of the augmented system that receives the inputs  $u$  and  $d$ , and gives the output  $w$ . Here let the state vector of the augmented system be  $[x^T \ w]^T$ .
- (2) Show the condition for  $b$  so that the augmented system can be stabilized by the state feedback control

$$u(t) = -K \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix},$$

where  $K$  is an appropriate state feedback gain.

- (3) Show the value of  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$  when the augmented system is stabilized by the feedback control.

## 専門Ⅱ (Special subjects Ⅱ)

---

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。  
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め19枚、解答用紙は3枚である。  
You are given 19 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets.
3. 以下の3分野から1分野を選び解答すること。

Select 1 out of the following 3 fields and answer the questions.

	分野	field	page
1	電磁気学	Electromagnetism	2 ~
2	半導体デバイス	Semiconductor device	8 ~
3	計算機工学	Computer engineering	14 ~

4. 解答は解答用紙に記入すること。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。  
Your answers should be written on the answer sheets. Use one sheet for each question. You may continue to write your answer on the back of the answer sheets if you need more space. In such a case, indicate this clearly.
5. 解答用紙の全部に、受験番号、氏名、選択分野名および問題番号を記入すること。  
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with your examinee number, your name, the selected field and the question number.
6. 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。  
Your answers must be written in Japanese or English.

次の各問(問1 問2 問3)に答えよ.

問1

- (1) 誘電率  $\epsilon_0$  の真空中にある無限に長い半径  $a$  の直線導線が単位長当たり  $\lambda$  の電荷を有している. 電界分布を求めよ.
- (2) 誘電率  $\epsilon_0$  の真空中に無限に長い半径  $a$  の2本の直線導線が間隔  $d$  ( $d \gg a$ ) で平行に設置されている. 単位長当たりの静電容量を求めよ.
- (3) 誘電率  $\epsilon$  の大気中に地上  $h$  の高さに無限に長い半径  $a$  の直線導線が設置されている. 単位長当たりの静電容量を求めよ.
- (4) (3)で  $h = 5.0$  m,  $a = 1.0$  mm の場合に単位長当たりの静電容量を求めよ. ただし, 大気の誘電率は  $\epsilon = 8.85 \times 10^{-12}$  F/m であり,  $\log_e 10 = 2.3$  とする.

問2 図2のような半径  $a, b, c$  の3個の薄い同心球殻導体 A, B, C が真空中にある. AB間は誘電率  $\epsilon_1, \epsilon_2$  の誘電体が左右半分ずつ満たされ, BC間は誘電率  $\epsilon_3$  の誘電体ですべて満たされている. 真空中の誘電率を  $\epsilon_0$  とする. 次の各問に答えよ.

- (1) 導体 B に電荷  $Q$  を与えた場合, 図に示す領域1 (導体 A と導体 B 間の左半分), 領域2 (導体 A と導体 B 間の右半分), 領域3 (導体 B と C の間), および領域4 (導体 C の外側) における各電界の大きさを求めよ.
- (2) 導体 B の静電容量を求めよ.
- (3) 導体 B ではなく, 導体 A に電荷  $Q$  を与えた場合, 導体 A の領域1に接する部分に分布する電荷量  $Q_1$ , および領域2に分布する電荷量  $Q_2$  を求めよ.
- (4) (3)の場合, 領域1, 領域2, 領域3, および領域4の各電界の大きさを求めよ.
- (5) 導体 A の静電容量を求めよ.

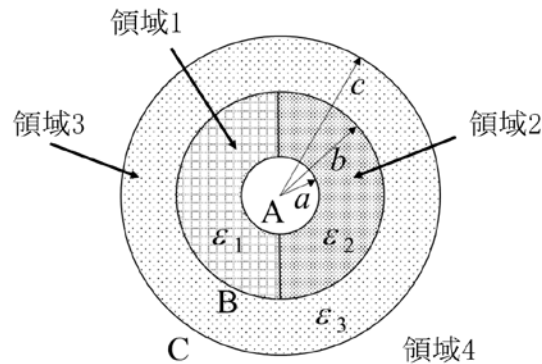


図2

問3 以下の問に答えよ.

- (1) 図3(a)に示すような、長さ $\ell$ の直線導線ABに電流 $I$ を流す. 導線から距離 $d$ の点Pに生じる磁界 $\mathbf{H}$ について考える. ただし、電流はBからAの向きに流すものとし、点PからABに下ろした垂線がABと交わる点をO、 $\angle PAO$ を $\theta_1$ 、 $\angle PBO$ を $\theta_2$ とする. Oから距離 $s$ の点Qにおける電流素片 $I ds$ が点Pに作る磁界 $d\mathbf{H}$ の向きと大きさを求めよ. ただし、 $\angle AQP$ を $\theta$ とおく.
- (2) 前問の結果を用いて、図3(a)のBAを流れる電流 $I$ が点Pに作る磁界 $\mathbf{H}$ の向きと大きさを求めよ.
- (3) 次に図3(b)に示す様に導線ABに平行に、同じく長さ $\ell$ の直線導線CDを間隔 $d$ 隔てて置き、BからAの向きに電流 $I_1$ 、DからCの向きに電流 $I_2$ をそれぞれ流す. 導線CD上で点Dから距離 $x$ の点P'における微小区間 $dx$ が受ける力 $d\mathbf{F}$ の向きと大きさを求めよ.
- (4) (3)において二本の導線間に作用する力 $\mathbf{F}$ の向きと大きさを求めよ.

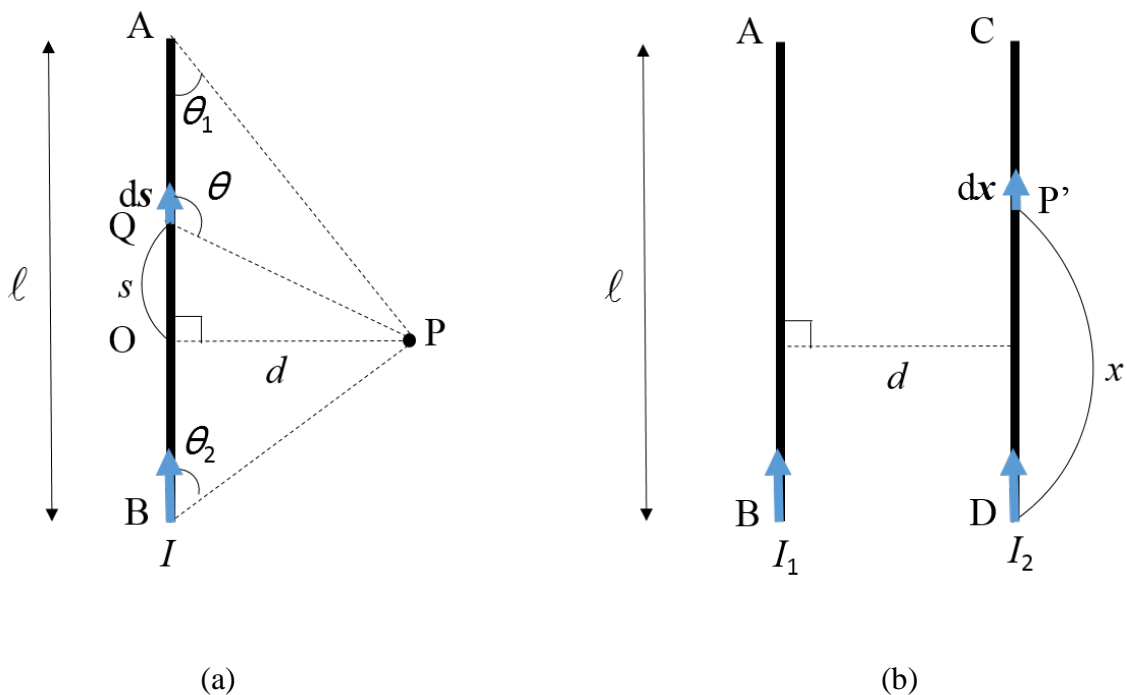


図3

2021 Entrance Examination for ISEE (Electromagnetism) (December 5, 2020)

Answer the following questions ([Question 1] [Question 2] [Question 3]).

[Question 1]

- (1) In vacuum of permittivity  $\epsilon_0$ , there is an infinitely long straight wire of radius  $a$  that carries a charge  $\lambda$  per unit length. Give the electric field distribution.
- (2) In vacuum of permittivity  $\epsilon_0$ , there are two infinitely long straight wires of radius  $a$  placed parallel with a distance  $d$  ( $d \gg a$ ). Give the capacitance per unit length.
- (3) In the air of permittivity  $\epsilon$ , there is an infinitely long straight wire of radius  $a$ , which is located at a height  $h$  above the ground. Give the capacitance per unit length.
- (4) In the case of (3), give the capacitance per unit length for  $h = 5.0$  m,  $a = 1.0$  mm, where permittivity of air  $\epsilon = 8.85 \times 10^{-12}$  F/m and  $\log_e 10 = 2.3$ .

[Question 2] As shown in Fig.2, three thin concentric spherical shell conductors A, B and C with radii  $a$ ,  $b$  and  $c$  are located in vacuum space. Dielectric with electric permittivity  $\epsilon_1$  is filled in the left half part of the area between the conductors A and B. Dielectric with electric permittivity  $\epsilon_2$  is filled in the right half part of the area. Dielectric with electric permittivity  $\epsilon_3$  is filled in the space between the conductors B and C. Electric permittivity in vacuum is  $\epsilon_0$ . Answer the following questions.

- (1) When electric charge  $Q$  is applied to the conductor B, give the magnitude of electric fields of the region 1 (the left half part of the area between the conductors A and B), the region 2 (the right half part of the area between the conductors A and B), the region 3 (the spherical shell between B and C) and the region 4 (outside of the conductor C), respectively.
- (2) Give the capacitance of the conductor B.
- (3) When an electric charge  $Q$  is applied to the conductor A, not to the conductor B, give charge quantity  $Q_1$  distributed on the conductor A in contact with the region 1 and charge quantity  $Q_2$  distributed on the conductor A in contact with the region 2.
- (4) In the case of (3), give the magnitude of each electric field in the region 1, the region 2, the region 3 and the region 4, respectively.
- (5) Give the capacitance of the conductor A.

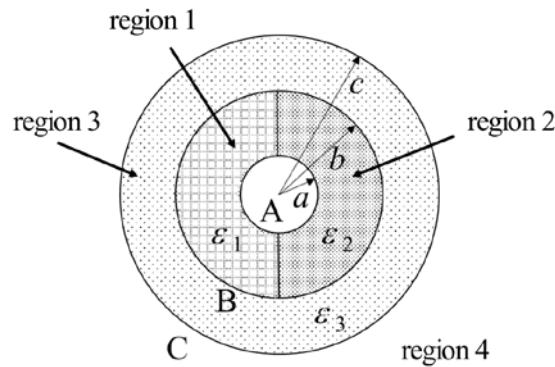


Fig. 2

[Question 3] Answer the following questions.

- (1) As shown in Fig. 3(a), a current  $I$  flows through the straight conductor AB of length  $\ell$ . Consider the magnetic field  $\mathbf{H}$  at the point P of the distance  $d$  from the conductor. The current flows in the direction from B to A. O is the point where the perpendicular line from point P intersects with AB,  $\theta_1$  is the angle  $\angle PAO$ , and  $\theta_2$  is the angle  $\angle PBO$ , respectively. Find the direction and magnitude of the magnetic field  $d\mathbf{H}$  generated at point P by a piece of current  $I ds$  at point Q with a distance  $s$  from O, where the angle  $\angle AQP$  is  $\theta$ .
- (2) Using the previous results, find the direction and magnitude of the magnetic field  $\mathbf{H}$  generated at point P by the current  $I$  flowing through BA in Fig. 3(a).
- (3) Next, in parallel to the conductor AB, straight conductor CD of the same length  $\ell$  is placed at intervals  $d$  as shown in Fig. 3(b), where the current  $I_1$  flows from B to A and the current  $I_2$  flows from D to C, respectively. Find the direction and magnitude of the force  $d\mathbf{F}$  experienced by the short interval  $dx$  at point P' which is in distance  $x$  from point D on the conductor CD.
- (4) In the case of (3), find the direction and magnitude of the force  $\mathbf{F}$  acting between the two conductors.

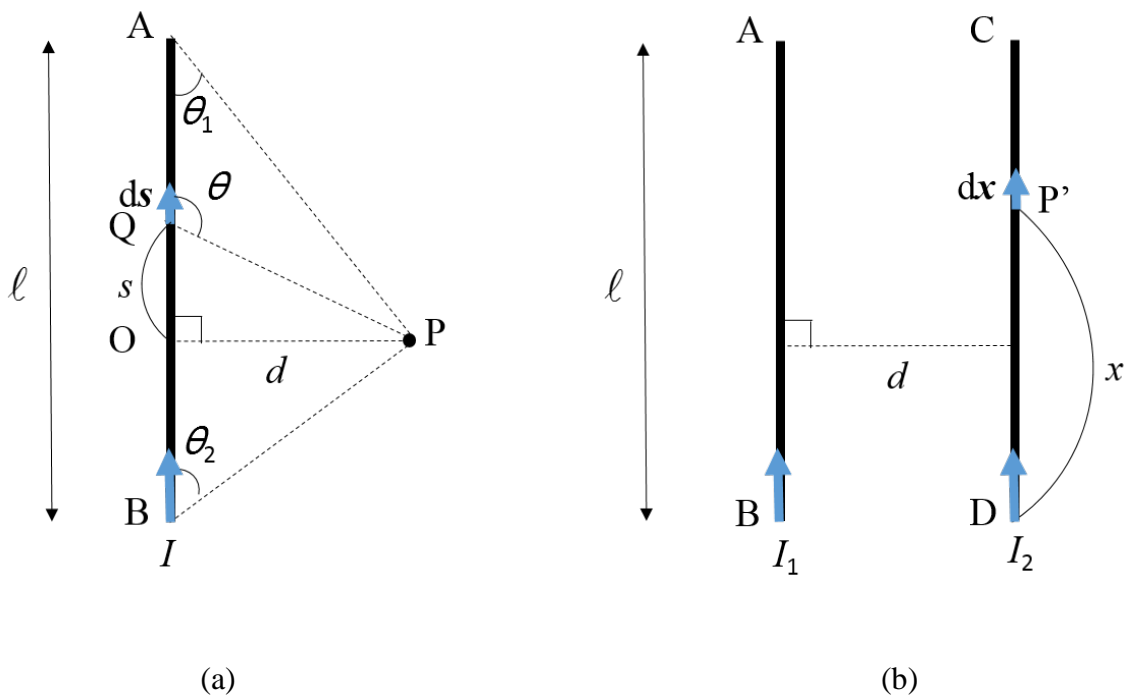


Fig. 3



## 半導体デバイス

次の各問（**1** **2** **3**）に答えよ。

**1**

図1の(A), (B), および(C)は, 半導体のエネルギー・バンド構造の模式図である。

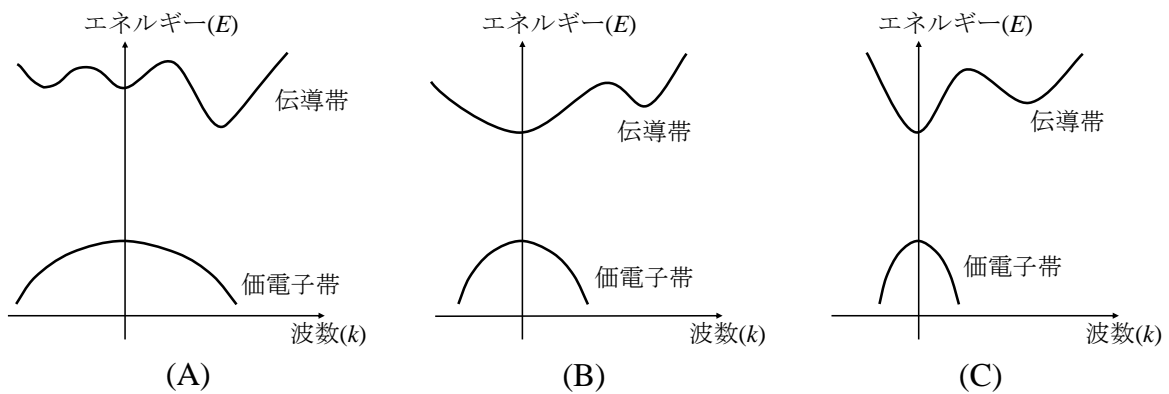


図1

- (1) (A)~(C)のエネルギー・バンド構造を有する半導体について, 自由電子の有効質量が最も小さいものから最も大きいものまでを順番に, その記号(A~C)を列挙せよ。
- (2) (A)~(C)のエネルギー・バンド構造を有する半導体について, 正孔の有効質量が最も小さいものから最も大きいものまでを順番に, その記号(A~C)を列挙せよ。
- (3) (A)~(C)のうち, 間接遷移型バンド構造に対応するものをすべて列挙せよ。
- (4) 高速トランジスタおよび高効率発光デバイスの, 両方の材料として適しているものは, (A)~(C)のいずれか, 理由と共に答えよ。
- (5) (A)~(C)の半導体の抵抗を, 印加電圧を大きくしながら測定したところ, ある半導体では, 印加電圧の上昇に伴い, 抵抗値が大きくなった. この現象が発現した半導体を(A)~(C)のうちから選択するとともに, この現象が発現した理由を述べよ。

2

アクセプター密度  $N_A$  の p 型シリコン(Si)とドナー密度  $N_D$  の n 型 Si で構成される pn 接合ダイオードに関する下記の設問に答えよ。ただし、絶対温度を  $T$ 、真性キャリア密度を  $n_i$ 、電気素量を  $q$  とする。

- (1) p 型 Si の中性領域における正孔密度、および自由電子密度を答えよ。
- (2) p 型 Si のアクセプター密度を 1/10 に減らした。pn 接合の拡散障壁(内蔵電位)は、元の値と比べ、大きくなるか、小さくなるか、理由とともに答えよ。
- (3) この pn 接合に順方向バイアスを印加するとき、n 型 Si に印加すべきバイアスの極性(正,負)を答えよ。
- (4) この pn 接合に順方向バイアス(バイアス電圧:  $V_F$ )を印加したまま、十分に長い時間が経過した。図 2 のように  $x$  軸を定義し、p 型 Si 側の空乏層端を  $x=0$ 、p 型 Si 側の端を  $x=W$  とする。  $x=0$  および  $x=W$  における自由電子密度を与える式を示せ。ただし、ボルツマン定数を  $k$  とする。なお、p 型 Si の中性領域の長さ  $W$  は、自由電子の拡散長  $L$  に比べて十分に大きいものとする。
- (5) p 型 Si の中性領域における自由電子密度の分布のグラフを描くとともに、点  $x(0 \leq x \leq W)$ での自由電子密度を与える式を示せ。自由電子密度の分布のグラフは、縦軸を自由電子密度、横軸を  $x$  とすること。

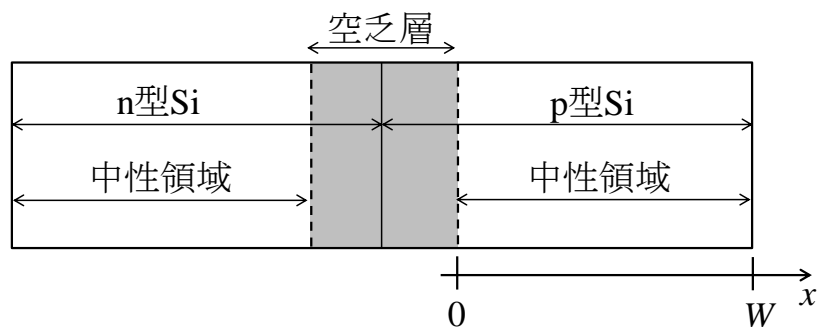


図 2

### 3

p 型シリコン(Si)基板を用いた金属-酸化膜-半導体(MOS)構造に関する下記の設問(1)および(2)に答えよ. ゲート電極を構成する金属の仕事関数は, p 型 Si の仕事関数と等しく, ゲート絶縁膜中に電荷は存在せず, ゲート絶縁膜と p 型 Si との界面には界面準位がない.

- (1) ゲート電極に正のバイアス  $V_G$  を印加すると反転層が形成され, 反転層中の自由電子密度は, p 型 Si のアクセプター密度と等しくなった. このときのゲート電極から Si 基板の内部(中性領域)までの領域のエネルギー・バンド図を描け. エネルギー・バンド図には, ゲート電圧  $V_G$ , ゲート電極金属のフェルミ・エネルギーの位置  $E_{FM}$ , p 型 Si の価電子帯の頂  $E_V$ , 伝導帯の底  $E_C$ , フェルミ・エネルギーの位置  $E_F$ , 真性フェルミ・エネルギーの位置  $E_i$ , 表面電位  $\phi_s$  を記載せよ. 電気素量は  $q$  とする.
- (2) ゲート電圧  $V_G$  を上記(1)の値から増加しても, 空乏層幅は拡大しない. その理由を述べよ.

チャンネル長  $L$ , チャンネル幅  $W$ , ゲート酸化膜厚  $t_{ox}$ , ゲート酸化膜の誘電率  $\epsilon_{ox}$  の n チャンネル MOS 型電界効果トランジスタ(MOSFET)に関する下記の設問(3)~(5)に答えよ. なお, ソースからドレイン方向に  $x$  軸をとり, ソース端を  $x=0$ , ドレイン端を  $x=L$  とせよ.

- (3) ソース・ゲート間に正のゲート電圧  $V_G$  を加えると, チャンネル領域に自由電子が誘起される. MOSFET のしきい値電圧を  $V_{th}$ , チャンネルの  $x$  点における電位を  $V(x)$  としたとき, チャンネル領域の位置  $x$  における電荷密度  $Q_n(x)$  を式で示せ.
- (4) ソース・ドレイン間に正のドレイン電圧  $V_D$  を印加すると, チャンネル領域の自由電子がソースからドレインへと流れる. 自由電子の移動度を  $\mu$  としたとき, ドレイン電流  $I_D$  を表す式を導け. ただし, ソース・ドレイン間でチャンネルは均一に形成され, 移動度  $\mu$  はチャンネル内で一定の値を持つものとする.
- (5) ゲート電極の材料を, 仕事関数の大きな金属に変えた. このとき, しきい値電圧は, どのように変化するか. 理由とともに答えよ.

## Semiconductor devices

Answer the following questions ( 1 2 3 ).

1

Figures 1(A), (B), and (C) show schematics of energy band structures of semiconductors. Answer the following questions.

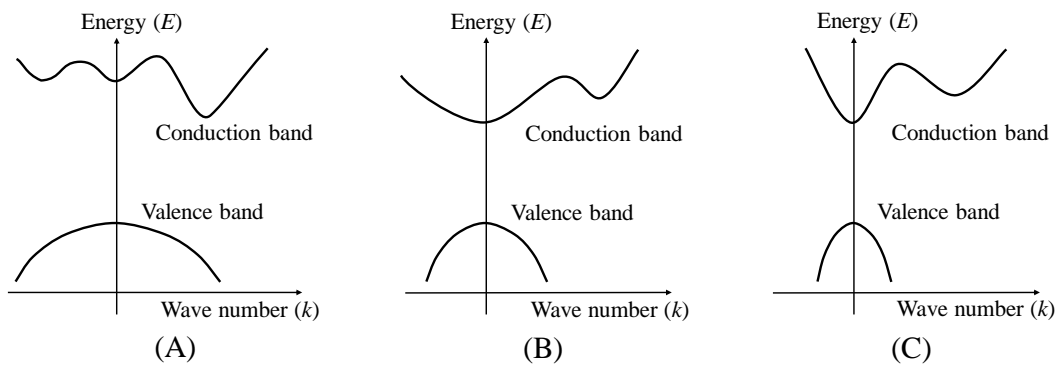


Fig. 1

- (1) Write down the letters (A-C) corresponding to the semiconductors having the energy band structures (A) to (C) in the ascending order of the effective mass of free electrons.
- (2) Write down the letters (A-C) corresponding to the semiconductors having the energy band structures (A) to (C) in the ascending order of the effective mass of holes.
- (3) Among (A)-(C), list all semiconductors having indirect-transition energy band structures.
- (4) Which is suitable for application to both high-speed transistors and high-efficiency light-emitting devices among (A)-(C)? Answer with the reason.
- (5) When the values of resistance of semiconductors (A)-(C) were measured with increasing the applied bias, the resistance of a semiconductor increased with the increase in the applied bias. Select the semiconductor among (A)-(C) that shows this phenomenon, and explain the reason.

2

Answer the following questions concerning a pn junction diode, composed of a p-type silicon (Si) with an acceptor concentration  $N_A$  and an n-type Si with a donor concentration  $N_D$ . Here, the absolute temperature is  $T$ , the intrinsic carrier concentration is  $n_i$ , and the elementary charge is  $q$ .

- (1) Answer the concentrations of holes and free electrons in the neutral region of the p-type Si.
- (2) The acceptor concentration in the p-type Si is decreased to 1/10. Will the diffusion barrier (built-in potential) increase or decrease compared with the original value? Answer with the reason.
- (3) Answer the polarity (positive or negative) of a bias voltage applied to the n-type Si, when a forward bias is applied to this pn junction.
- (4) A sufficiently long time has passed with applying a forward bias (bias voltage:  $V_F$ ) to this pn junction. The  $x$ -axis is defined as shown in Fig. 2, where the position of the depletion region side edge of the p-type Si is  $x=0$ , and the other side edge of the p-type Si is  $x=W$ . Show equations for the free electron concentration at  $x=0$  and  $x=W$ . Here, Boltzmann's constant is represented as  $k$ . The length  $W$  of the neutral region of the p-type Si is much longer than the diffusion length  $L$  of free electrons.
- (5) Sketch a profile of the free electron concentration in the neutral region of the p-type Si, and show an equation for the free electron concentration at position  $x$  ( $0 \leq x \leq W$ ). In the sketch, set the free electron concentration and  $x$  on the vertical axis and horizontal axis, respectively.

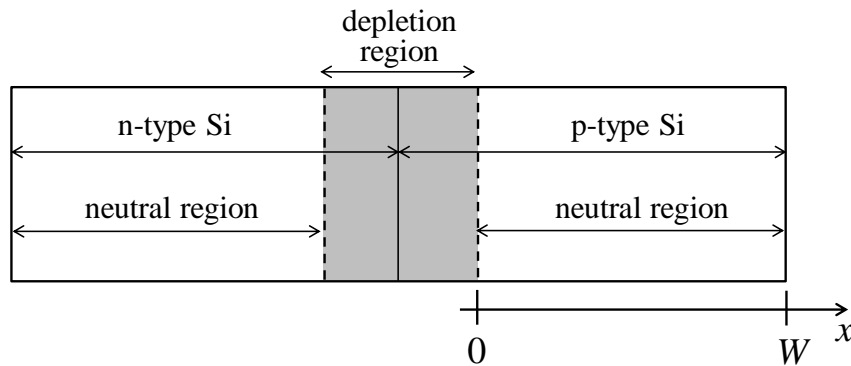


Fig. 2

3

Answer the following questions (1) and (2) concerning a metal-oxide-semiconductor (MOS) structure consisting of a p-type silicon (Si) substrate. The work function of the metal of the gate electrode is the same as that of the p-type Si, there is no electric charge in the gate insulator, and there is no interface state at the interface between the gate insulator and the p-type Si.

- (1) When a positive bias  $V_G$  was applied to the gate electrode, an inversion layer was formed, and the concentration of the free electrons in the inversion layer became equal to the acceptor concentration in the p-type Si. Sketch an energy band diagram in the region from the gate electrode to the inside (neutral region) of the p-type Si substrate. The gate bias  $V_G$ , the energy positions of the Fermi energy  $E_{FM}$  of the gate electrode metal, the top of the valence band  $E_V$ , the bottom of the conduction band  $E_C$ , the Fermi level  $E_F$ , the intrinsic Fermi level  $E_i$ , and the surface potential  $\phi_s$  of the p-type Si should be shown in the energy band diagram. The elementary charge is represented as  $q$ .
- (2) Even when the gate bias  $V_G$  is increased from the value in the previous question (1), the width of the depletion layer does not extend. Explain the reason.

Answer the following questions (3)–(5) concerning an n-channel MOS field effect transistor (MOSFET) with the gate length  $L$ , the gate width  $W$ , the thickness of the gate oxide  $t_{ox}$ , and the dielectric constant of the gate oxide  $\epsilon_{ox}$ . Take the  $x$ -axis in the direction from the source toward the drain, and  $x=0$  and  $L$  at the edges of the source and drain, respectively.

- (3) By applying a positive bias voltage  $V_G$  between the source and gate, free electrons are induced in the channel region. Show an equation for the charge density  $Q_n(x)$  at position  $x$  in the channel region, using the threshold voltage  $V_{th}$  of the MOSFET, and the potential  $V(x)$  of the semiconductor surface at position  $x$ .
- (4) By applying a positive bias voltage  $V_D$  between the source and drain, free electrons in the channel region flow from the source to the drain. Show an equation for the drain current  $I_D$ , using the free electrons mobility  $\mu$ . Assume that the channel is uniformly formed between the source and the drain, and  $\mu$  is constant in the channel region.
- (5) How does the threshold voltage  $V_{th}$  change, when the gate electrode metal is changed to that having a larger work function? Answer with the reason.

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 電気電子工学専攻  
 修士課程 入学試験問題

計算機工学 (Computer Engineering)  
 (6枚中の1)

次の各問い（【問1】～【問3】）に答えよ。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

【問1】与えられた真理値表で表される論理関数  $F(a, b, c, d)$  が以下の論理式を満たす時、論理関数  $G(X, Y, Z, W)$  の最簡積和形を示せ。ただし、最簡積和形とは積和形論理式のうち、積項数が最小のものを指す。積項数が等しい積和形論理式が複数ある場合にはそのなかでリテラル数が最小のものを指す。

$a$	$b$	$c$	$d$	$F$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$X = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{b}d + ab\bar{d}$$

$$Y = \bar{a}c\bar{d} + bcd + a\bar{b}d + a\bar{c}\bar{d}$$

$$Z = \bar{a}b\bar{c} + b\bar{c}d + \bar{b}d$$

$$W = \bar{a}b\bar{d} + abd + cd + \bar{a}c$$

$$F(a, b, c, d) = G(X, Y, Z, W)$$

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 電気電子工学専攻  
修士課程 入学試験問題

計算機工学 (Computer Engineering)  
(6枚中の2)

---

**【問2】** 5つのステージからなるパイプライン式データパスを有するマイクロプロセッサについて考える。実装されたパイプラインステージは、IF (命令取得), ID (命令デコード), EX (実行), MEM (メモリアクセス), ならびに, WB (ライトバック) である。以下の各問いに答えよ。

- (1) IF, ID, EX, MEM, WB の遅延時間は、それぞれ、240 ps, 400 ps, 200 ps, 250 ps, 180 ps である。このデータパスの最大動作周波数を答えよ (単位は GHz)。
- (2) IF, ID, EX, MEM, WB のいずれか 1 つを 2 つのステージに分割し、パイプラインステージ数を 5 から 6 へと増加することを考える。ここで、分割された各パイプラインステージの遅延時間は、分割前のパイプラインステージの遅延時間の半分になると仮定する。パイプラインの動作周波数を最大にするために分割すべきパイプラインステージを選択せよ。また、この設計最適化により達成できる最大動作周波数を答えよ (単位は GHz)。



計算機工学 (Computer Engineering)  
(6枚中の3)

【問3】2つの数の加算，乗算および大小比較は各々単位時間で行えるものとする．以下の各問いに答えよ．

- (1) 与えられた  $d_1 \times d_2$  行列  $A$  と  $d_2 \times d_3$  行列  $B$  に対し，アルゴリズム1はそれらの積  $C = AB$  を求める．アルゴリズム1の時間計算量を答えよ．

アルゴリズム1.

入力:  $d_1 \times d_2$  行列  $A = (a_{ij})$  と  $d_2 \times d_3$  行列  $B = (b_{ij})$

```

1  for  $i \leftarrow 1$  to  $d_1$ 
2      for  $j \leftarrow 1$  to  $d_3$ 
3           $c_{ij} \leftarrow 0$ 
4          for  $k \leftarrow 1$  to  $d_2$ 
5               $c_{ij} \leftarrow c_{ij} + a_{ik}b_{kj}$ 
6  return  $C = (c_{ij})$ 

```

- (2)  $10 \times 100$  行列  $A$  と  $100 \times 1$  行列  $B$  と  $1 \times 100$  行列  $C$  と  $100 \times 10$  行列  $D$  が与えられたとき，これらの積  $E = ABCD$  をアルゴリズム1をサブルーチンに用いて求めたい．

(a) 数式  $E = (A(BC))D$  で表される積の順に従う場合，行列  $E$  の計算における加算と乗算の回数の合計を答えよ．

(b)  $E$  の計算にかかる時間が最小となる積の順を，問(a)に倣った数式で記述せよ．また，その積の順に従う  $E$  の計算における加算と乗算の回数の合計を答えよ．

- (3)  $M_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) は  $d_i \times d_{i+1}$  行列とし，これらの積  $X = M_1 \cdots M_n$  をアルゴリズム1を用いて求めたい． $X$  の積の順に伴う時間計算量について，アルゴリズム2はその最小を求めることを証明せよ．またアルゴリズム2の時間計算量を答えよ．

アルゴリズム2.

入力: 正整数  $d_1, \dots, d_{n+1}$

```

1  for  $j \leftarrow 1$  to  $n$ 
2       $f(j, j) \leftarrow 0$ 
3  for  $i \leftarrow 1$  to  $n$ 
4      for  $j \leftarrow 1$  to  $n - i$ 
5           $f(j, j + i) \leftarrow \min_{j \leq k < j+i} \{f(j, k) + f(k + 1, j + i) + d_j d_{k+1} d_{j+i+1}\}$ 
6  return  $f(1, n)$ 

```

令和3年度 九州大学大学院システム情報科学府 電気電子工学専攻  
 修士課程 入学試験問題

計算機工学 (Computer Engineering)  
 (6枚中の4)

Answer the following questions (【Q1】 ~ 【Q3】).

**【Q1】** Let  $F(a, b, c, d)$  be a logic function whose truthtable is shown below. When the following logic equations hold, show the minimum sum of products form of the logic function  $G(X, Y, Z, W)$ . The minimum sum of products form of a logic function  $f$  has the smallest number of product terms among those which represent  $f$ . If there are more than one forms having the smallest number of product terms, forms with the minimum number of literals are chosen.

$a$	$b$	$c$	$d$	$F$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$X = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{b}d + ab\bar{d}$$

$$Y = \bar{a}c\bar{d} + bcd + a\bar{b}d + a\bar{c}\bar{d}$$

$$Z = \bar{a}b\bar{c} + b\bar{c}d + \bar{b}d$$

$$W = \bar{a}b\bar{d} + abd + cd + \bar{a}c$$

$$F(a, b, c, d) = G(X, Y, Z, W)$$

計算機工学 (Computer Engineering)  
(6枚中の5)

- 【Q2】** Let us consider a microprocessor that has a 5-stage pipelined datapath. The implemented pipeline stages are IF (Instruction Fetch), ID (Instruction Decode), EX (EXecution), MEM (MEMory access), and WB (Write Back). Answer the following questions.
- (1) The latency of pipeline stages, IF, ID, EX, MEM, and WB, is 240 ps, 400 ps, 200 ps, 250 ps, and 180 ps, respectively. Answer the maximum clock frequency of this datapath (unit is GHz).
  - (2) Consider increasing the number of pipeline stages from 5 to 6 by partitioning a single pipeline stage, IF, ID, EX, MEM, or WB, to two stages. Assume the latency of the partitioned pipeline stages is half of that of the original stage. Choose one pipeline stage that should be partitioned for maximising the clock frequency of the datapath, and answer the maximum clock frequency we can achieve by this design optimization (unit is GHz).

計算機工学 (Computer Engineering)  
 (6枚中の6)

---

**[Q3]** Suppose that each of additions, multiplications and comparisons of two numbers takes a unit time. Answer the following questions.

- (1) Given a  $d_1 \times d_2$  matrix  $A$  and a  $d_2 \times d_3$  matrix  $B$ , Algorithm 1 computes the product  $C = AB$ . Show the time complexity of Algorithm 1.

**Algorithm 1.**

**Input:**  $d_1 \times d_2$  matrix  $A = (a_{ij})$  and  $d_2 \times d_3$  matrix  $B = (b_{ij})$

```

1  for  $i \leftarrow 1$  to  $d_1$ 
2      for  $j \leftarrow 1$  to  $d_3$ 
3           $c_{ij} \leftarrow 0$ 
4          for  $k \leftarrow 1$  to  $d_2$ 
5               $c_{ij} \leftarrow c_{ij} + a_{ik}b_{kj}$ 
6  return  $C = (c_{ij})$ 

```

- (2) Given a  $10 \times 100$  matrix  $A$ , a  $100 \times 1$  matrix  $B$ , a  $1 \times 100$  matrix  $C$  and a  $100 \times 10$  matrix  $D$ , we wish to compute  $E = ABCD$  using Algorithm 1.

(a) Show the total number of additions and multiplications in the computation of  $E$  according to the multiplying order represented by the equation  $E = (A(BC))D$ .

(b) Show the multiplying order of  $E$ , in the form of an equation similar to the question (a), minimizing the execution time. Also, show the total number of additions and multiplications in the computation of  $E$  according to the order.

- (3) We wish to compute  $X = M_1 \cdots M_n$  using Algorithm 1 where  $M_i$  is a  $d_i \times d_{i+1}$  matrix for each  $i = 1, \dots, n$ . Prove that Algorithm 2 finds the minimum time complexity over the multiplying orders of  $X$ . Also, show the time complexity of Algorithm 2.

**Algorithm 2.**

**Input:** positive integers  $d_1, \dots, d_{n+1}$

```

1  for  $j \leftarrow 1$  to  $n$ 
2       $f(j, j) \leftarrow 0$ 
3  for  $i \leftarrow 1$  to  $n$ 
4      for  $j \leftarrow 1$  to  $n - i$ 
5           $f(j, j + i) \leftarrow \min_{j \leq k < j+i} \{f(j, k) + f(k + 1, j + i) + d_j d_{k+1} d_{j+i+1}\}$ 
6  return  $f(1, n)$ 

```