

九州大学大学院システム情報科学府

情報理工学専攻

令和5年度入学試験問題

【令和4年8月29日（月）、30日（火）】

数学 (Mathematics)

(6枚中の1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

- 問題用紙は表紙を含め6枚、解答用紙は3枚つづり(1分野につき1枚)である。

You are given 6 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).

- 線形代数、解析学・微積分の2分野に加えて、ベクトル解析および確率・統計から1分野を選択し、合計3分野について解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする。

Answer three fields in total, including Linear algebra and Analysis and calculus, and either Vector analysis or Probability and statistics. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	解析学・微積分	Analysis and calculus	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	5
4	確率・統計	Probability and statistics	6

- 解答用紙の全部に、専攻名、受験番号および氏名を記入すること。3枚目の解答用紙については、選択した分野番号(3または4)を○で囲むこと。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, your examinee number and your name. Mark the selected field number (3 or 4) with a circle on the third answer sheet.

- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

- 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。

Your answers must be written in Japanese or English.

数学 (Mathematics)

(6枚中の2)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

$n \times n$ 実対称行列 $A = [a_{ij}]_{n \times n} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ に対して, A の各要素 a_{ij} が $a_{ij} \in \{0, 1\}$ ($1 \leq i, j \leq n$) かつ $a_{ii} = 0$ ($1 \leq i \leq n$) を満たすとする. A に対して, $D = [\delta_{ij}(\sum_{k=1}^n a_{ik})]_{n \times n}$ と定義する. ただし δ_{ij} は, $1 \leq i, j \leq n$ に対して, $i = j$ のとき $\delta_{ij} = 1$, そうでないとき $\delta_{ij} = 0$ によって定義される. さらに, $L = D - A$ と定義する. 以下の各問いに答えよ.

(1) 以下の A に対して, $L = D - A$ を求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) (1) で求めた L の固有値を全て求めよ.

(3) (2) で求めた L の各固有値に対する固有空間を求めよ.

(4) 一般に L は固有値 0 を持つことを示せ.

For an $n \times n$ real symmetric matrix $A = [a_{ij}]_{n \times n} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, suppose that each element a_{ij} of A satisfies that $a_{ij} \in \{0, 1\}$ ($1 \leq i, j \leq n$) and $a_{ii} = 0$ ($1 \leq i \leq n$). Define $D = [\delta_{ij}(\sum_{k=1}^n a_{ik})]_{n \times n}$ for A , where δ_{ij} is defined by $\delta_{ij} = 1$ if $i = j$ and $\delta_{ij} = 0$ otherwise for $1 \leq i, j \leq n$. Furthermore, define $L = D - A$. Answer the following questions.

(1) For the following matrix A , find $L = D - A$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(2) Find all eigenvalues of L obtained in (1).

(3) Find the eigenspace for each eigenvalue of L obtained in (2).

(4) Prove that L has an eigenvalue 0 in general.

数学 (Mathematics)

(6枚中の3)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

2. 【解析学・微積分 (Analysis and calculus) 分野】

(1) \mathbb{R} 上の関数 $f(x) = \cos x$ の k 階導関数を $f^{(k)}(x)$ で表す。ただし、 \mathbb{R} は実数全体の集合である。以下の各問いに答えよ。

(a) 全ての $k \geq 1$ について $f^{(k)}(0)$ を求めよ。

(b) $f(x)$ の原点周りでのテイラー級数を

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$$

とするとき、全ての $k \geq 0$ に関する a_k を求めよ。

(c) 全ての $x \in \mathbb{R}$ について

$$\sum_{k=0}^{\infty} |a_k x^k|$$

が収束することを示せ。

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。なお、 y' は関数 $y(x)$ の x に関する1階導関数を表している。

$$y'''' - 2y''' - y'' - 4y' + 12y = 0$$

(3) 閉曲線 C に沿った複素積分 $\oint_C \frac{1}{z(z^2 - 1)} dz$ を求めよ。ただし、 C は円 $|z| = r$, $r > 0$ かつ $r \neq 1$ とする。

数学 (Mathematics)

(6枚中の4)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

(1) Let $f^{(k)}(x)$ denote the k th order derivative of the function $f(x) = \cos x$ over \mathbb{R} , where \mathbb{R} denotes the set of all real numbers. Answer the following questions.

(a) Find $f^{(k)}(0)$ for all $k \geq 1$.

(b) Let

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$$

be the Taylor expansion of $f(x)$ around the origin. Find a_k for all $k \geq 0$.

(c) Prove that

$$\sum_{k=0}^{\infty} |a_k x^k|$$

converges for all $x \in \mathbb{R}$.

(2) Find the general solution to the following differential equation. Here, y' denotes the derivative of first order with respect to x for a function $y(x)$.

$$y'''' - 2y''' - y'' - 4y' + 12y = 0.$$

(3) Calculate the complex integral $\oint_C \frac{1}{z(z^2 - 1)} dz$, where the closed contour C is given by a circle $|z| = r$, $r > 0$, and $r \neq 1$.

数学 (Mathematics)

(6枚中の5)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において, x , y , z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} とする. ベクトル場 \mathbf{F} を $\mathbf{F} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ とする. 次の各問に答えよ.

- (1) C を $x^2 + y^2 = 4, z = 0$ で定義される円とする. 次に示す C_1 および C_2 に沿った線積分 $\int_{C_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ および $\int_{C_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ を求めよ.
 - (a) C_1 : C 上を点 $A(1, \sqrt{3}, 0)$ から 点 $B(-\sqrt{3}, 1, 0)$ まで反時計回りに向かう曲線
 - (b) C_2 : C 上を点 $A(1, \sqrt{3}, 0)$ から 点 $B(-\sqrt{3}, 1, 0)$ まで時計回りに向かう曲線
- (2) S を半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ($0 \leq z$) と平面 $z = 0$ で囲まれた領域の境界とする. 面積分 $\int_S \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ を求めよ. 外向き法線ベクトルを用いよ.

The unit vectors on x , y and z axes of Cartesian coordinates are denoted by \mathbf{i} , \mathbf{j} and \mathbf{k} , respectively. Let \mathbf{F} be the vector field $\mathbf{F} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$. Answer the following questions.

- (1) Let C be defined by the circle $x^2 + y^2 = 4, z = 0$. Find the line integrals $\int_{C_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ and $\int_{C_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, where C_1 and C_2 are defined as follows.
 - (a) C_1 : the curve along C from point $A(1, \sqrt{3}, 0)$ to point $B(-\sqrt{3}, 1, 0)$ in the counter-clockwise direction.
 - (b) C_2 : the curve along C from point $A(1, \sqrt{3}, 0)$ to point $B(-\sqrt{3}, 1, 0)$ in the clockwise direction.
- (2) Let S be the boundary of the region enclosed by the hemisphere $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ($0 \leq z$) and the plane $z = 0$. Find the surface integral $\int_S \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$. Use the outward pointing normal vector.

数学 (Mathematics)

(6枚中の6)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

4. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

箱の中に5枚のコイン (コイン1～コイン5) がある。箱から一様ランダムにコインを1枚選んで何度か投げる試行を考える。ただし、それぞれのコイン i の表が出る確率 p_i は次の通りである。

$$p_1 = 0, p_2 = 1/4, p_3 = 1/2, p_4 = 3/4, p_5 = 1$$

表が出る事象を H とし、コイン i が選ばれる事象を C_i とする。

- (1) 選んだコインを1回投げるとする。表が出る確率 $p(H)$ を答えよ。
- (2) 選んだコインを1回投げたところ表が出たとする。条件付き確率 $p(C_i | H)$ を $i = 1, \dots, 5$ についてそれぞれ求めよ。
- (3) 選んだコインを2回投げるとする。条件付き確率 $p(H_2 | H_1)$ を求めよ。ただし H_j は j 回目に表が出る事象であり、 $j = 1, 2$ である。
- (4) 選んだコインを4回投げるとする。 $p(C_i | B_4)$ を $i = 1, \dots, 5$ についてそれぞれ求めよ。ただし B_4 は4回目に初めて表が出る事象を表す。

A box contains 5 coins (coin 1, ..., coin 5). Consider a trial in which we select a coin uniformly at random, and toss it for a certain number of times. Let p_i denote the probability of getting a head on each coin i , and they are given as follows:

$$p_1 = 0, p_2 = 1/4, p_3 = 1/2, p_4 = 3/4, p_5 = 1$$

Let H denote the event that a head shows up, and let C_i denote the event that coin i is selected.

- (1) Select a coin and toss it once. Find the probability of getting a head $p(H)$.
- (2) Suppose a head was obtained after tossing the selected coin once. Find the conditional probability $p(C_i | H)$ for each $i = 1, \dots, 5$.
- (3) Suppose we toss the selected coin twice. Find the conditional probability $p(H_2 | H_1)$. Here H_j ($j = 1, 2$) means that a head is obtained on the j -th toss.
- (4) Suppose we toss the selected coin four times. Find $p(C_i | B_4)$ for each $i = 1, \dots, 5$. Here B_4 means that the first head is obtained on the fourth toss.

専門科目 (Specialized subjects)

(1/27)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め 27 枚, 解答用紙は 3 枚つづり 2 部 (1 分野につき 1 部) である。
You are given 27 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).
- 以下の 6 分野から 2 分野を選び解答すること。解答用紙は 1 分野につき 1 部, 大問 1 つあたり 1 枚を使用すること。1 枚に大問 2 問以上の解答を書いてはならない。
Select 2 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected. One sheet in a set is for one question. You may not use one sheet for two or more questions.

	分野	field	page
A	電気回路	Circuit theory	2
B	情報理論	Information theory	6
C	オートマトンと言語	Automata and formal languages	8
D	電磁気学	Electromagnetism	12
E	アルゴリズム/プログラミング	Algorithms and programming	16
F	計算機アーキテクチャ	Computer architecture	22

- 解答用紙の全部に, 選択分野名, 受験番号, 氏名および問題番号を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the selected field, your examinee number, your name, and the question number.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが, その場合は, 裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.
- 解答は, 日本語, 英語のいずれかで記入すること。
Your answers must be written in Japanese or English.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (2/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

A. 【電気回路 (Circuit theory) 分野】

【問1】～【問4】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】 図1の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、 $Z = R_2 + jX_2$ 、 $|I_1| = |I_2| = |I_3|$ であり、各素子値の単位は Ω である。

- (1) $\arg Z = \pi/6$ のとき、 E 、 I 、 I_1 、 I_2 、 I_3 の位相関係を表すフェーザ図を描き、 E と I の位相差 $\arg\left(\frac{I}{E}\right)$ を求めよ。
- (2) $R_2 = X_2 = 2 [\Omega]$ 、 $E = 4 [\text{V}]$ のとき、 $|I|$ の値を求めよ。

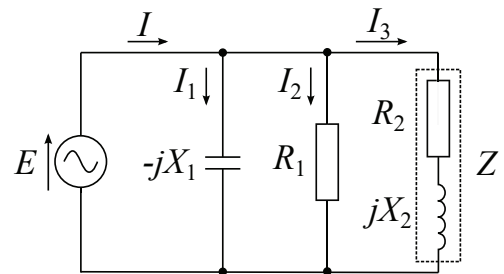
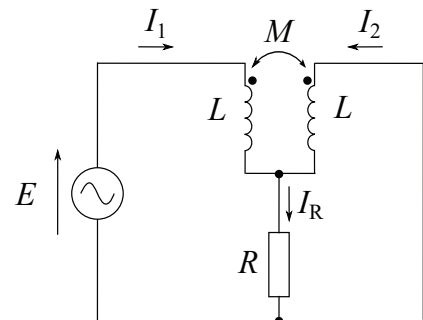


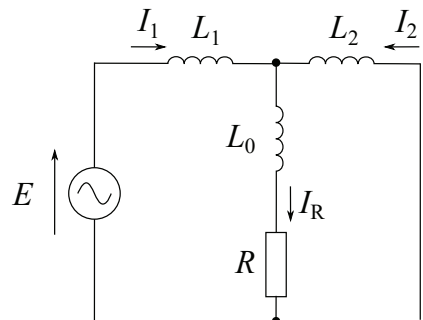
図1

【問2】 図2の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、 L 、 L_0 、 L_1 、 L_2 を自己インダクタンス、 M を相互インダクタンス、電源電圧 E の角周波数を ω とする。

- (1) 図2(a)の回路が図2(b)と等価であるとき、 L_0 、 L_1 、 L_2 を L 、 M を用いて表せ。
- (2) 抵抗 R に流れる電流 I_R を L 、 M 、 R 、 ω 、 E を用いて表せ。



(a)



(b)

図2

専門科目 (Specialized subjects)

(3/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問3】 図3(a)のような, Z_1, Z_2, Z_3, Z_{12} のインピーダンスをもつ ∇ 型と Y 型が重なった回路をもつ二端子対網 \mathcal{A} (1-1' 端子対と 2-2' 端子対) がある。以下の問いに答えよ。ただし, Z_1, Z_2, Z_3, Z_{12} は図に示した値を持ち, 二端子対網の左右の電圧と電流 V_1, V_2, I_1, I_2 に対し, インピーダンス行列 (Z 行列) \mathbf{Z} とアドミタンス行列 (Y 行列) \mathbf{Y} は

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Z} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

のようにそれぞれ定義されるとする。

- (1) 端子 3 と 3' を追加し, 二端子対網 (1-3' 端子対と 2-3 端子対) を, Y 行列 \mathbf{Y}_∇ をもつ二端子対網の等価回路と見なした。このときの \mathbf{Y}_∇ をもとめよ。
- (2) 二端子対網 \mathcal{A} の Z 行列 \mathbf{Z}_A を求めよ。必要であれば, 図3(b)に示す二つの二端子対網の Y 行列, Z 行列を用いても良い。

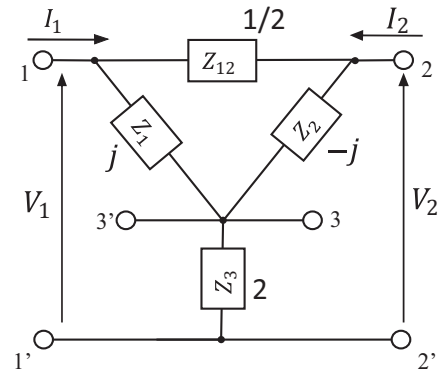
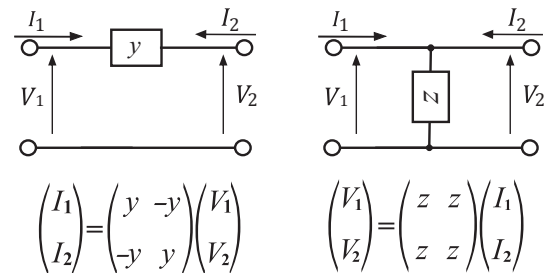


図3(a)



$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & -y \\ -y & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z & z \\ z & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

図3(b)

【問4】 図4の回路について, 以下の問いに答えよ。ただし, $e(t) = 25 \sin 3t$ [V], $R = 0.25$ [Ω], $C = 1$ [F], $q(0) = 4$ [C] とし, 時刻 $t = 0$ でスイッチ S を閉じるとする。

- (1) スイッチ S を閉じた直後の電流 $i(0)$ を求めよ。また, 回路が定常状態に達した後の電流 $i(t)$ を求めよ。
- (2) $t > 0$ における電流 $i(t)$ を求めよ。

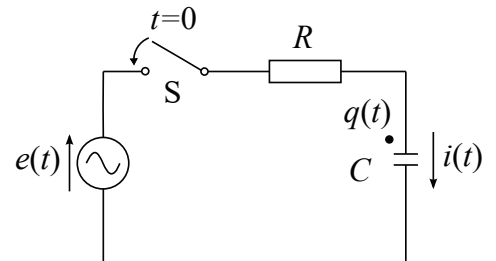


図4

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (4/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Select two out of the four questions 【Q1】～【Q4】 and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where $Z = R_2 + jX_2$, $|I_1| = |I_2| = |I_3|$, and the values of elements are Ω in unit. Answer the following questions.

- (1) Draw a phasor diagram representing the phase relation of E , I , I_1 , I_2 , I_3 , when $\arg Z = \pi/6$. Also find the phase difference of $\arg\left(\frac{I}{E}\right)$.
- (2) Find the value of $|I|$, when $R_2 = X_2 = 2 [\Omega]$ and $E = 4 [\text{V}]$.

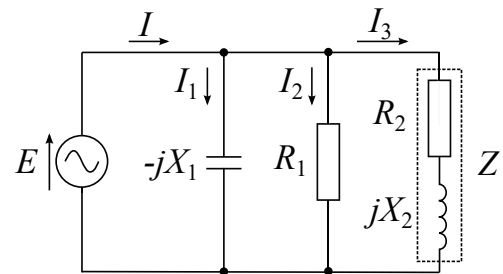
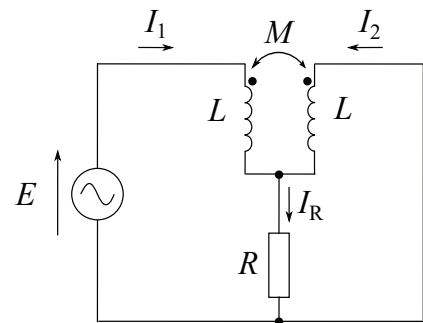


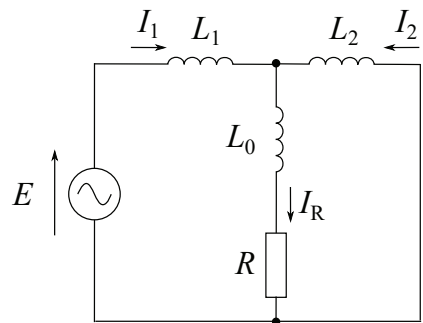
Fig. 1

【Q2】 Consider the circuit shown in Fig. 2, where L , L_0 , L_1 and L_2 represent the self-inductances, M represents the mutual inductance and the source voltage E has the angular frequency ω . Answer the following questions.

- (1) When the circuit shown in Fig. 2(a) is equivalent to the circuit shown in Fig. 2(b), express the inductances L_0 , L_1 and L_2 using L and M .
- (2) Express the current I_R through the resistance R using L , M , R , ω and E .



(a)



(b)

Fig. 2

専門科目 (Specialized subjects)

(5/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the two-port network \mathcal{A} (port 1-1' and port 2-2') with a network of overlapping ∇ -type and Y-type circuits with Z_1 , Z_2 , Z_3 , and Z_{12} in impedance, as shown in Fig. 3(a). Answer the following questions. Here, Z_1 , Z_2 , Z_3 , and Z_{12} have the values shown in the figure, and for the voltages and currents V_1 , V_2 , I_1 , I_2 on the left and right of a two-port network, the impedance matrix (Z-matrix) \mathbf{Z} and admittance matrix (Y-matrix) \mathbf{Y} are defined as follows, respectively.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Z} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

(1) When terminals 3 and 3' are added, the two-port network (port 1-3' and port 2-3) is considered as an equivalent circuit with Y-matrix \mathbf{Y}_{∇} . Find \mathbf{Y}_{∇} .

(2) Find the Z-matrix $\mathbf{Z}_{\mathcal{A}}$ of the two-port network \mathcal{A} . If necessary, it can be referred the Y-matrix and Z-matrix of the two-port networks in Fig. 3(b).

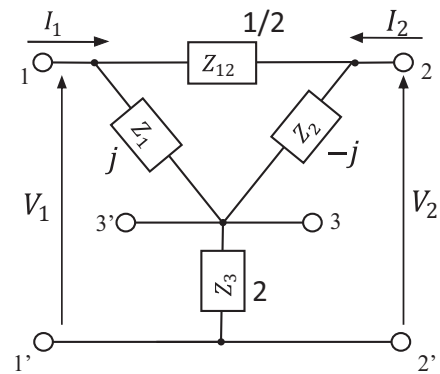
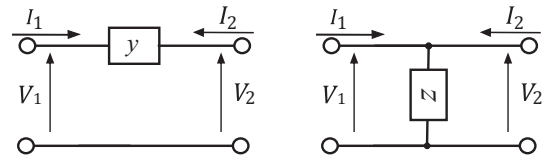


Fig. 3(a)



$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & -y \\ -y & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z & z \\ z & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

Fig. 3(b)

【Q4】 Consider the circuit shown in Fig. 4, where $e(t) = 25 \sin 3t$ [V], $R = 0.25$ [Ω], $C = 1$ [F], $q(0) = 4$ [C] and the switch S is closed at $t = 0$. Answer the following questions.

(1) Find the current $i(0)$ just after the switch S is closed. Also find the current $i(t)$ when steady state is reached.

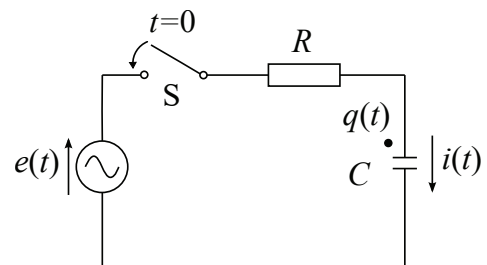


Fig. 4

(2) Find the current $i(t)$ for $t > 0$.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(6/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

B. 【情報理論 (Information theory) 分野】

次の各問い (【問1】【問2】) に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】以下の各問いに答えよ。

- (1) 区間 $[0, a]$ ($a > 0$) 上の一様分布に従う確率変数の微分エントロピーを求めよ。
- (2) 区間 $[0, a]$ ($a > 0$) 上で定義された確率密度関数 $p(x) = 2x/a^2$ に従う確率変数の微分エントロピーを求めよ。

【問2】時刻 t の入力 $X_t \in \{0, 1\}$ ($t = 1, 2, \dots$) に対し、入力と独立な誤り源 S_E から発生した記号 $Z_t \in \{0, 1\}$ が加わった値 $Y_t = X_t \oplus Z_t$ が出力される加法的2元通信路 W を考える。ただし、 \oplus は排他的論理和を表し、 $0 \oplus 1 = 1$, $1 \oplus 1 = 0$ である。誤り源 S_E が、 $P(Z_{t+1} = 1 | Z_t = 0) = 0.25$, $P(Z_{t+1} = 1 | Z_t = 1) = 0.5$ となる定常な単純マルコフ情報源である場合について、以下の問いに答えよ。

- (1) 誤り源 S_E の定常確率分布を求めよ。
- (2) 誤り源 S_E のエントロピーレート $H(S_E)$ を求めよ。
- (3) $X^n = (X_1, \dots, X_n)$ が $P(X_t = 1) = 1/2$ ($t = 1, 2, \dots, n$) である離散無記憶情報源からの出力であり、 $Z^n = (Z_1, \dots, Z_n)$ が定数 $z^n \in \{0, 1\}^n$ に固定されていると仮定する。 $Y^n = (Y_1, \dots, Y_n)$ が $P(Y_t = 1) = 1/2$ ($t = 1, 2, \dots, n$) である離散無記憶情報源の出力であることを示せ。
- (4) 通信路 W の通信路容量は以下の式で定義される。

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \max_{P_{X^n} \in \mathcal{P}_n} \frac{1}{n} I(X^n; Y^n)$$

ただし、 $I(X^n; Y^n)$ は X^n と Y^n の間の相互情報量を、 P_{X^n} は入力 X^n の確率分布を、 \mathcal{P}_n は $\{0, 1\}^n$ 上の確率分布全てからなる集合を表す。このとき、 $C = 1 - H(S_E)$ となることを示せ。

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(7/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (**【Q1】 【Q2】**) and write the number of the question on the answer sheet.

【Q1】 Answer the following questions.

- (1) Find the differential entropy of the uniform random variable over the section $[0, a]$, where $a > 0$.
- (2) Find the differential entropy of the random variable which follows the probability density function $p(x) = 2x/a^2$ over the section $[0, a]$, where $a > 0$.

【Q2】 Let W be an additive binary channel that outputs $Y_t = X_t \oplus Z_t$ given an input $X_t \in \{0, 1\}$ at time t ($t = 1, 2, \dots$), where $Z_t \in \{0, 1\}$ is an error outputted from an error source S_E independent of the inputs, and \oplus denotes exclusive-or (*e.g.*, $0 \oplus 1 = 1$, $1 \oplus 1 = 0$). Suppose that S_E is the 1-st order stationary Markov information source which satisfies $P(Z_{t+1} = 1 | Z_t = 0) = 0.25$ and $P(Z_{t+1} = 1 | Z_t = 1) = 0.5$. Answer the following questions.

- (1) Find the stationary probability distribution of the Markov information source S_E .
- (2) Find the entropy rate of S_E , denoted $H(S_E)$.
- (3) Suppose that $X^n = (X_1, \dots, X_n)$ is an output of the discrete memoryless source with $P(X_t = 1) = 1/2$ ($t = 1, 2, \dots, n$) and that $Z^n = (Z_1, \dots, Z_n)$ is fixed to a constant $z^n \in \{0, 1\}^n$. Prove that $Y^n = (Y_1, \dots, Y_n)$ is an output of the discrete memoryless source with $P(Y_t = 1) = 1/2$ ($t = 1, 2, \dots, n$).
- (4) The channel capacity of W is defined as

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \max_{P_{X^n} \in \mathcal{P}_n} \frac{1}{n} I(X^n; Y^n),$$

where $I(X^n; Y^n)$ is the mutual information between X^n and Y^n , P_{X^n} is a probability distribution of X^n , and \mathcal{P}_n denotes the set of all probability distributions over $\{0, 1\}^n$. Prove $C = 1 - H(S_E)$.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(8/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

C. 【オートマトンと言語 (Automata and formal languages) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 白玉が k 個、赤玉が l 個入っている袋から1つずつ玉を取り出すという操作を、袋が空になるまで繰り返す。(全部で $n = k + l$ 回の操作が行われる。) このとき、取り出された順に玉の色を並べることによって得られる長さ n の文字列 $a = a[1]a[2] \cdots a[n]$ を次のように定義する。各 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ に対し、 i 回目の操作で白玉が取り出されたとき $a[i] = w$ 、赤玉が取り出されたとき $a[i] = r$ とする。このようにして得られるすべての文字列 a からなる集合を $L_{k,l}$ とする。すなわち、 $\Sigma = \{w, r\}$ としたとき $L_{k,l} \subseteq \Sigma^n$ である。また、 i 回目の操作で白玉が取り出されたとき、その時点で袋の中に残っている赤玉の個数を $p[i]$ 、赤玉が取り出されたとき、その時点で袋の中に残っている白玉の個数を $p[i]$ とし、報酬 $p[i]$ が与えられるとする。このようにして得られるすべての報酬の系列 $p = p[1]p[2] \cdots p[n]$ からなる集合を $P_{k,l}$ とする。例えば、 $k = l = 3$ で、赤、白、白、赤、赤、白の順に玉を袋から取り出したとき、 $a = rwwrrw$ 、 $p = 322110$ となるので、 $a \in L_{3,3}$ 、 $p \in P_{3,3}$ であるが、 $rwwrrw \notin L_{3,3}$ (w と r の出現数は等しいはず)、 $322111 \notin P_{3,3}$ (最後に受け取る報酬は必ず0のはず) である。

- (1) $k = l = 3$ のとき、集合 $L_{k,l}$ を受理する状態数最小の決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。ただし、受理状態に到達することのない状態、および、そのような状態への遷移は省略してもよい。
- (2) $k = l = 3$ のとき、集合 $P_{k,l} (\subseteq \{0, 1, 2, 3\}^6)$ を受理する状態数最小の決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。ただし、受理状態に到達することのない状態、および、そのような状態への遷移は省略してもよい。
- (3) 任意の白玉数 k 、赤玉数 l に対し、玉の取り出し方によらず、報酬の総和が $\sum_{i=1}^n p[i] = kl$ となることを示せ。(ヒント： n に関する帰納法を用いよ。)

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(9/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 文脈自由文法を4つ組 (N, Σ, P, S) で表す。ただし、 N, Σ, P, S をそれぞれ非終端記号の集合、終端記号の集合、生成規則の集合、開始記号とする。 $\Sigma = \{a, b\}$ とする。

(1) $L_1 = \{a^i b^j \mid 0 \leq i < j\}$ とする。言語 L_1 を生成する文脈自由文法 $G_1 = (N_1, \Sigma, P_1, S)$ の生成規則の集合 P_1 を与えよ。ただし $|N_1| = 1$ とする。

(2) L_2 を以下の条件を満たす言語とする。

$$\bullet L_2 \cup \{a^i b^j \mid 0 \leq i < j\} \cup \{a^i b^j \mid i > j \geq 0\} = \Sigma^* \setminus \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$$

$$\bullet L_2 \cap \{a^i b^j \mid 0 \leq i < j\} = L_2 \cap \{a^i b^j \mid i > j \geq 0\} = \emptyset$$

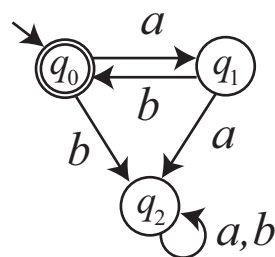
言語 L_2 を生成する文脈自由文法 $G_2 = (N_2, \Sigma, P_2, S)$ の生成規則の集合 P_2 を与えよ。ただし $|N_2| \leq 2$ とする。

(3) $L_3 = \Sigma^* \setminus \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$ とする。以下のような生成規則の集合を持ち、かつ言語 L_3 を生成する文脈自由文法 $G_3 = (N_3, \Sigma, P_3, S)$ を考える。ただし $N_3 = \{S, X\}$ であり、 ε は空文字列を表す。(i), (ii), (iii) を与えよ。

$$S \rightarrow \boxed{\text{(i)}} \mid \boxed{\text{(ii)}} \mid \boxed{\text{(iii)}}$$

$$X \rightarrow bX \mid aX \mid \varepsilon$$

(4) 以下の状態遷移図を持つ決定性有限オートマトン $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ で受理される言語を $L(M)$ とする。ただし、 $K = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma, \delta, q_0, F = \{q_0\}$ は、それぞれ M の状態の集合、アルファベット、遷移関数、初期状態、受理状態の集合を表す。 $L_4 = \Sigma^* \setminus L(M)$ とする。言語 L_4 を生成する文脈自由文法 $G_4 = (N_4, \Sigma, P_4, S)$ の生成規則の集合 P_4 を与えよ。ただし $|N_4| \leq 2$ とする。



九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(10/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】【Q2】) and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 You have a bag that contains k white balls and l red balls. Consider the following repeated process: you take a ball from the bag one by one until the bag is empty (you thus take $n = k + l$ balls in all). We then define a string $a = a[1]a[2] \cdots a[n]$ of length n obtained by arranging the colors of the balls in the order in which they were taken out. Formally, for each $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, $a[i] = \mathbf{w}$ if your i th ball is white and $a[i] = \mathbf{r}$ if your i th ball is red. Let $L_{k,l}$ denote the set consisting of all strings a defined in this way. Note that $L_{k,l} \subseteq \Sigma^n$, where $\Sigma = \{\mathbf{w}, \mathbf{r}\}$. You also receive for each i a reward $p[i]$, which is defined as the number of red (white, resp.) balls remaining in the bag if your i th ball is white (red, resp.). Let $P_{k,l}$ denote the set consisting of all strings $p = p[1]p[2] \cdots p[n]$ defined in this way. For example, when $k = l = 3$ and you happened to take balls from the bag in the order of red, white, white, red, red, white, then $a = \mathbf{r}\mathbf{w}\mathbf{w}\mathbf{r}\mathbf{r}\mathbf{w}$ (and thus $a \in L_{3,3}$) and $p = 322110$ (and thus $p \in P_{3,3}$). On the other hand, we have $\mathbf{r}\mathbf{w}\mathbf{w}\mathbf{r}\mathbf{w} \notin L_{3,3}$ (the number of occurrences of \mathbf{w} should be the same as that of \mathbf{r}), and $322111 \notin P_{3,3}$ (the reward you receive last should be 0).

- (1) Assume that $k = l = 3$. Draw a state transition diagram of a deterministic finite automaton that accepts the set $L_{k,l}$ with the minimum number of states. You may omit such states, together with the transitions to them, that are unreachable to an accept state.
- (2) Assume that $k = l = 3$. Draw a state transition diagram of a deterministic finite automaton that accepts the set $P_{k,l} (\subseteq \{0, 1, 2, 3\}^6)$ with the minimum number of states. You may omit such states, together with the transitions to them, that are unreachable to an accept state.
- (3) Show that for any initial numbers k and l of white and red balls, the total reward you receive is $\sum_{i=1}^n p[i] = kl$ no matter how you obtain the balls. (Hint: Use an induction on n .)

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (11/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 We represent a context-free grammar by a quadruple (N, Σ, P, S) , where N , Σ , P , and S represent the set of non-terminal symbols, the set of terminal symbols, the set of production rules, and the start symbol, respectively. Let $\Sigma = \{a, b\}$.

(1) Let $L_1 = \{a^i b^j \mid 0 \leq i < j\}$. Give a set P_1 of production rules of a context-free grammar $G_1 = (N_1, \Sigma, P_1, S)$ which generates the language L_1 with $|N_1| = 1$.

(2) Let L_2 be the language which satisfies the following conditions:

- $L_2 \cup \{a^i b^j \mid 0 \leq i < j\} \cup \{a^i b^j \mid i > j \geq 0\} = \Sigma^* \setminus \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$, and
- $L_2 \cap \{a^i b^j \mid 0 \leq i < j\} = L_2 \cap \{a^i b^j \mid i > j \geq 0\} = \emptyset$.

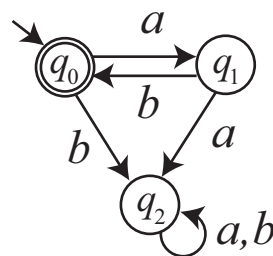
Give a set P_2 of production rules of a context-free grammar $G_2 = (N_2, \Sigma, P_2, S)$ which generates the language L_2 with $|N_2| \leq 2$.

(3) Let $L_3 = \Sigma^* \setminus \{a^i b^i \mid i \geq 0\}$. Consider a context-free grammar $G_3 = (N_3, \Sigma, P_3, S)$ which generates the language L_3 with a set of production rules in the following form, where $N_3 = \{S, X\}$ and ε denotes the empty string. Give (i), (ii), and (iii).

$$S \rightarrow \boxed{\text{(i)}} \mid \boxed{\text{(ii)}} \mid \boxed{\text{(iii)}}$$

$$X \rightarrow bX \mid aX \mid \varepsilon$$

(4) Let $L(M)$ be the language accepted by the deterministic finite automaton $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ with the following state transition diagram, where $K = \{q_0, q_1, q_2\}$, Σ , δ , q_0 , and $F = \{q_0\}$ are the set of states, the alphabet, the transition function, the initial state, and the set of accept states, respectively. Let $L_4 = \Sigma^* \setminus L(M)$. Give a set P_4 of production rules of a context-free grammar $G_4 = (N_4, \Sigma, P_4, S)$ which generates the language L_4 with $|N_4| \leq 2$.



九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(12/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

D. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】

以下の各問い（【問1】，【問2】）に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

問1 誘電率 ϵ_1 の誘電体1と誘電率 ϵ_2 の誘電体2で満たされている空間を考える。誘電体1と誘電体2とは図1のように接しており、その中に誘電体の境界面に中心がある半径 a の導体球が置かれている。導体球には電荷 Q を与えた。この系に関して、以下の問いに答えよ。

- (1) 導体球の中心からの距離を r とすると、 $r > a$ での電位は $V = \frac{k}{r}$ の形で与えられる。ただし、 k は定数である。ガウスの法則を用いて k を求めよ。
- (2) 系の静電容量を求めよ。
- (3) 導体球が誘電体1と接している面上の全電荷を求めよ。
- (4) 系の静電エネルギーを求めよ。

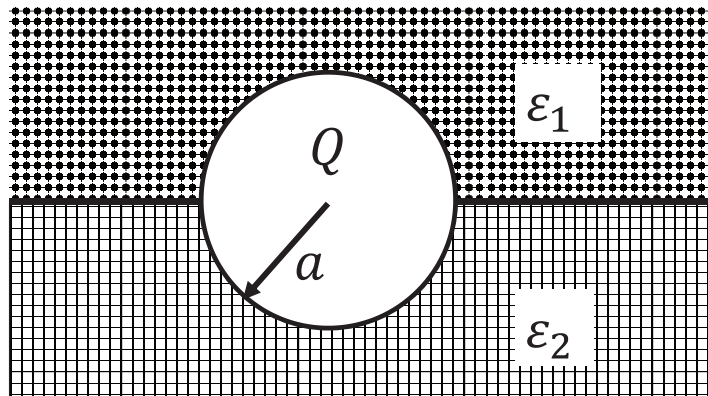


図1

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (13/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

問2 図2に示すような、起電力 V_0 の電池、抵抗 R 、ソレノイドコイルが直列に接続された回路が真空中に置かれており、電流が流れている。ソレノイドコイルの長さ、半径、単位長さ当たりの巻き数はそれぞれ l , a , n である。ただし、 $l \gg a$ とし、端効果は無視できるとする。真空の透磁率は μ_0 とする。

- (1) 図2(a) に示すように、スイッチが端子 P につながれ、一定電流が流れている場合について考える。ソレノイドコイル内の磁束密度の大きさを求めよ。
- (2) ソレノイドコイルの自己インダクタンスを求めよ。
- (3) 時刻 $t = 0$ にスイッチを端子 P から Q に切り替えた後、回路に $I(t) = I_0 e^{-\beta t}$ ($t \geq 0$) の電流が流れた (図2(b))。ソレノイドコイルに発生する誘導起電力を時間 t の関数として表せ。また β を求めよ。
- (4) (3)の場合において、ソレノイドコイル内に発生する電界を、ソレノイドコイルの中心軸からの距離 r と時間 t の関数として表せ。
- (5) (3)の場合において、ソレノイドコイルの中心軸からの距離 $r = a$ におけるポインティングベクトルの大きさを時間 t の関数として表せ。またその向きを求めよ。
- (6) (3)の場合において、単位時間当たりにソレノイドコイルから流出するエネルギーを時間 t の関数として表せ。また、時刻 $t = 0$ から $t = \infty$ の間にソレノイドコイルから流出したエネルギーの総和を求め、それがどこで消費されたか答えよ。

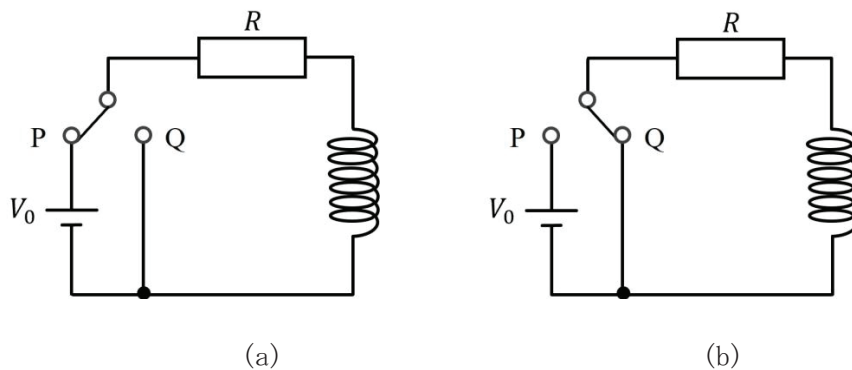


図2

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(14/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions ([Question 1] [Question 2]) and write the number of the selected question on the answer sheet.

[Question 1] A space is filled with a dielectric 1 and a dielectric 2. The permittivity of the dielectric 1 is ϵ_1 and the permittivity of the dielectric 2 is ϵ_2 . They are contacted as shown in Fig. 1, and a conducting sphere of radius a is set as its center is on the contacting plane. The conducting sphere has charge Q . Answer the following questions regarding this system.

- (1) For $r > a$, the electrostatic potential is given as $V = \frac{k}{r}$, where r is the distance from the center of the conducting sphere and k is a constant. Find k using the Gauss's law.
- (2) Find the capacitance of the system.
- (3) Find the total charge on the surface of the conducting sphere, contacting with the dielectric 1.
- (4) Find the electrostatic energy of the system.

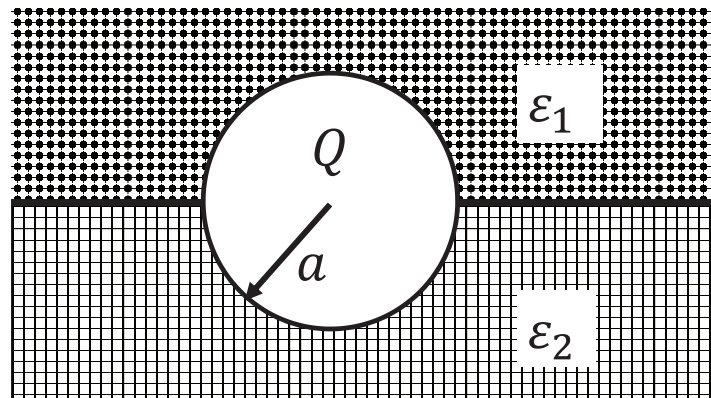


Fig. 1

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (15/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

[Question 2] As shown in Fig. 2, a series circuit consisting of a battery of electromotive force V_0 , a resistor of resistance R , and a solenoid coil, is placed in a vacuum, and an electric current flows through the circuit. The length, radius, and number of turns per unit length of the solenoid coil are l , a , and n , respectively. Here, $l \gg a$, so that edge effects are negligible. The permeability of vacuum is μ_0 .

- (1) Consider the case shown in Fig. 2(a) where the switch is connected to terminal P, and a constant current flows through the circuit. Find the magnitude of the magnetic flux density inside the solenoid coil.
- (2) Find the self-inductance of the solenoid coil.
- (3) After the switch is moved from terminal P to terminal Q at time $t = 0$, a current $I(t) = I_0 e^{-\beta t}$ ($t \geq 0$) flows through the circuit (Fig. 2(b)). Show the induced electromotive force in the solenoid coil as a function of time t . Also, find β .
- (4) In the case of (3), show the electric field inside the solenoid coil as functions of time t and of distance r from the central axis of the solenoid coil.
- (5) In the case of (3), show the magnitude of the Poynting vector as a function of time t at the distance $r = a$ from the central axis of the solenoid coil. Also, find the direction of the Poynting vector.
- (6) In the case of (3), show the energy flowing out of the solenoid coil per unit time as a function of time t . Also, find the total energy flowing out of the solenoid coil between time $t = 0$ and $t = \infty$, and describe where the energy is consumed.

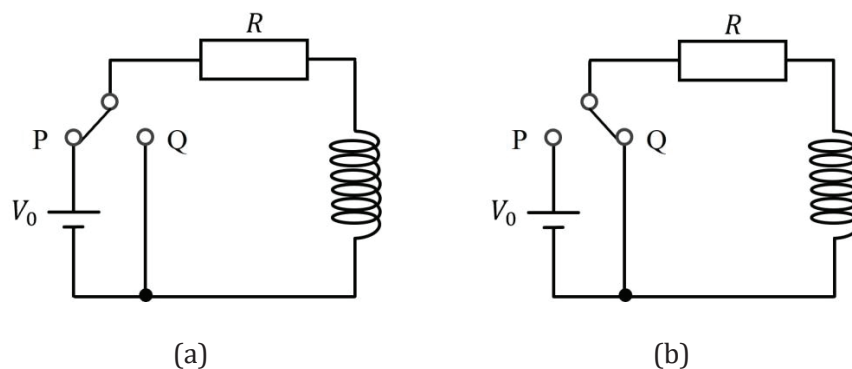


Fig. 2 |

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(16/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

E. 【アルゴリズム／プログラミング (Algorithms and programming) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 図1はPython言語で書かれた文字列照合のプログラムである。次の問いに答えよ。

- (1) 関数 `compute_prefix_function(P)` をパターン `P = "abcab"` に対して実行した時、返り値 `pi` に含まれる要素を答えよ。
- (2) 関数 `kmp_matcher(T, P)` をテキスト `T = "abccabcabcab"`、パターン `P = "abcab"` に対して実行した時、この関数内の `print(q)` が出力する結果を示せ。

```
1 def kmp_matcher(T, P):
2     ret = []
3     n = len(T)
4     m = len(P)
5
6     pi = compute_prefix_function(P)
7
8     q = 0
9     for i in range(0, n): # i = 0, ..., n-1
10        while q > 0 and P[q] != T[i]:
11            q = pi[q - 1]
12        if P[q] == T[i]:
13            q = q + 1
14        if q == m:
15            ret.append(i - (q - 1))
16            q = pi[q - 1]
17        print(q)
18    return ret
19
20 def compute_prefix_function(P):
21     m = len(P)
22     pi = [0] * m
23
24     for q in range(1, len(P)):
25         k = pi[q - 1]
26         while k > 0 and P[k] != P[q]:
27             k = pi[k - 1]
28         if P[k] == P[q]:
29             k = k + 1
30         pi[q] = k
31    return pi
```

専門科目 (Specialized subjects)

(17/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 (1) テーブル $Student(uid, name, dept)$, $Subject(sid, name, credit)$, $Regist(uid, sid, score)$ がある。ただし、テーブル $Student$ は学生の ID (uid) と名前 ($name$), 所属 ($dept$) を, $Subject$ は科目の ID (sid) と名前 ($name$), 単位数 ($credit$) を, $Regist$ はどの学生 (uid) がどの科目 (sid) を受講し, その得点 ($score$) が何点だったかを管理しているものとする。以下の各問いに答えよ。

- (a) 単位数が3である科目の科目 ID と科目名の一覧を求める SQL 文を書け。
- (b) $sid=0001$ である科目を受講している学生の ID と名前の一覧を求める SQL 文を書け。
- (c) $sid=0001$ である科目を受講している学生の所属を重複なく求める SQL 文を書け。
- (d) $sid=0001$ である科目の平均点を求める SQL 文を書け。
- (e) $sid=0001$ である科目に対して, その科目の平均点以下の点数を取った学生の ID と名前の一覧を求める SQL 文を書け。

(2) 次の各問いに答えよ。

- (a) S を任意の関係とし, その属性集合を X, Y とする。このとき, S の関数従属性 $X \rightarrow Y$ を定義せよ。
- (b) 下記の関係 R の非自明で完全な関数従属性 $X \rightarrow Y$ で, X は $Student$ または $Subject$ を含み, X の要素数は2または1, Y の要素数は1となるものを全て列挙せよ。ここで, 関数従属性 $X \rightarrow Y$ は $Y \subseteq X$ を満たす時, 自明であると言い, $X' \subsetneq X$ となる任意の X' に対して $X' \not\rightarrow Y$ の時, 完全であると言う。

R

Student	Subject	Department	Instructor	Faculty
001	LA	Engineering	Suzuki	Comp. Center
001	AI	Engineering	Lee	Comp. Center
001	DB	Engineering	Lee	Comp. Center
002	LA	Science	Suzuki	Comp. Center
002	DB	Science	Tanaka	Engineering
003	AI	Agriculture	Lee	Comp. Center
003	DB	Agriculture	Tanaka	Engineering
004	LA	Science	Satoh	Science
005	AI	Engineering	Lee	Comp. Center

- (c) Lee 先生が Comp. Center から Engineering に Faculty を異動したことに伴い, 関係 R は以下のように修正された。(b) で列挙した関数従属性のうち, この修正で

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(18/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Rの関数従属性ではなくなったものを全て列挙せよ。

R

Student	Subject	Department	Instructor	Faculty
001	LA	Engineering	Suzuki	Comp. Center
001	AI	Engineering	Lee	Engineering
001	DB	Engineering	Lee	Engineering
002	LA	Science	Suzuki	Comp. Center
002	DB	Science	Tanaka	Engineering
003	AI	Agriculture	Lee	Engineering
003	DB	Agriculture	Tanaka	Engineering
004	LA	Science	Satoh	Science
005	AI	Engineering	Lee	Engineering

(d) 第3正規形を満たすように(c)の関係Rを複数の関係に分割せよ。

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(19/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (**【Q1】 【Q2】**) and write the number of the question on the answer sheet.

【Q1】 Figure 1 shows a program written in Python which implements string matching. Answer the following questions.

- (1) When function `compute_prefix_function(P)` is executed for the pattern `P = "abcab"`, answer the elements of the return value `pi`.
- (2) When function `kmp_matcher(T, P)` is executed for the text `T = "abccabcabcab"` and the pattern `P = "abcab"`, show the outputs of `print(q)` in the function.

```
1 def kmp_matcher(T, P):
2     ret = []
3     n = len(T)
4     m = len(P)
5
6     pi = compute_prefix_function(P)
7
8     q = 0
9     for i in range(0, n): # i = 0, ..., n-1
10        while q > 0 and P[q] != T[i]:
11            q = pi[q - 1]
12        if P[q] == T[i]:
13            q = q + 1
14        if q == m:
15            ret.append(i - (q - 1))
16            q = pi[q - 1]
17        print(q)
18    return ret
19
20 def compute_prefix_function(P):
21     m = len(P)
22     pi = [0] * m
23
24     for q in range(1, len(P)):
25         k = pi[q - 1]
26         while k > 0 and P[k] != P[q]:
27             k = pi[k - 1]
28         if P[k] == P[q]:
29             k = k + 1
30         pi[q] = k
31    return pi
```

Figure 1

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(20/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 (1) There are three tables: `Student(uid, name, dept)`, `Subject(sid, name, credit)`, and `Regist(uid, sid, score)`, where `Student` manages student IDs (`uid`), their names (`name`), and their departments (`dept`), `Subject` manages subject IDs (`sid`), their names (`name`), and their credits (`credit`), and `Regist` manages which student (`uid`) takes which class (`sid`) with the score of the student (`score`). Answer the following questions.

- (a) Write an SQL statement to list the subject IDs and the names of the subjects whose credits are 3.
- (b) Write an SQL statement to list the student IDs and the names of the students who take the subject `sid=0001`.
- (c) Write an SQL statement to list the departments, without duplicates, of the students who take the subject `sid=0001`.
- (d) Write an SQL statement to calculate the average score of the subject `sid=0001`.
- (e) Write an SQL statement to list the student IDs and the names of the students whose scores of the subject `sid=0001` are equal to or less than the average score of the subject.

(2) Answer the following questions.

- (a) Let `S` be a relation, and `X` and `Y` be its attribute sets. Define the functional dependency $X \rightarrow Y$ in `S`.
- (b) Enumerate all the non-trivial full functional dependencies $X \rightarrow Y$ in `R` below, satisfying `X` contains either `Student` or `Subject`, the number of elements in `X` is 1 or 2, and the number of elements in `Y` is 1.

Here a functional dependency $X \rightarrow Y$ is said to be *trivial* if $Y \subseteq X$, and said to be *full* if $X' \not\rightarrow Y$ for any $X' \subsetneq X$.

`R`

<code>Student</code>	<code>Subject</code>	<code>Department</code>	<code>Instructor</code>	<code>Faculty</code>
001	LA	Engineering	Suzuki	Comp. Center
001	AI	Engineering	Lee	Comp. Center
001	DB	Engineering	Lee	Comp. Center
002	LA	Science	Suzuki	Comp. Center
002	DB	Science	Tanaka	Engineering

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(21/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

003	AI	Agriculture	Lee	Comp. Center
003	DB	Agriculture	Tanaka	Engineering
004	LA	Science	Satoh	Science
005	AI	Engineering	Lee	Comp. Center

- (c) According to Prof. Lee's transfer from Comp. Center to Faculty of Engineering, R has been modified as follows. Enumerate all functional dependencies from those enumerated in (b) such that the enumerated functional dependencies are no longer functional dependencies in R after this modification.

R

Student	Subject	Department	Instructor	Faculty
001	LA	Engineering	Suzuki	Comp. Center
001	AI	Engineering	Lee	Engineering
001	DB	Engineering	Lee	Engineering
002	LA	Science	Suzuki	Comp. Center
002	DB	Science	Tanaka	Engineering
003	AI	Agriculture	Lee	Engineering
003	DB	Agriculture	Tanaka	Engineering
004	LA	Science	Satoh	Science
005	AI	Engineering	Lee	Engineering

- (d) Decompose R in (c) into relations which are in the third normal form.

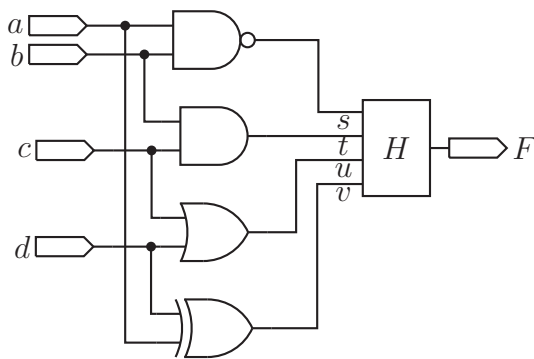
九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (22/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

F. 【計算機アーキテクチャ(Computer architecture) 分野】

次の各問い(【問1】～【問3】)に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 下図の様にいくつかの論理ゲートと部分回路 H から構成される論理回路の出力の論理関数 $F(a, b, c, d)$ が以下の様な真理値表で表される時、部分回路 H の論理関数 $H(s, t, u, v)$ の最簡積和形を示せ。ただし、論理関数の最簡積和形とはその論理関数を表す積和形論理式のうち、積項数が最小のものを指す。積項数が等しい積和形論理式が複数ある場合にはそのなかでリテラル数が最小のものを指す。



a	b	c	d	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(23/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 パイプライン式データパスを有するマイクロプロセッサについて考える。以下の式で示すように、プログラム実行時間 ET は、プログラム実行のために処理される総命令数 IC 、クロックサイクル当り実行命令数 IPC 、ならびに、動作周波数 F 、の3つのパラメータを用いて表現できる。

$$ET = \frac{IC}{IPC \times F}$$

以下の各問いに答えよ。

- (1) 命令発行幅が1のインオーダーマイクロプロセッサを考える。シングルサイクル・データパス方式(1命令の実行を1クロックサイクルで処理する方式)と比較した場合、パイプライン式データパスの実装が IC 、 IPC 、 F に与える影響をそれぞれ説明せよ。なお、各パラメータにおいて影響がない場合は「影響なし」と答えること。
- (2) このパイプライン式データパスにおいて命令発行幅を2へ増加し、インオーダー命令実行のスーパーカラム方式へと拡張した(依存関係のない命令を最大で2個同時に実行できる)。この拡張が IC 、 IPC 、 F に与える影響をそれぞれ説明せよ。なお、各パラメータにおいて影響がない場合は「影響なし」と答えること。
- (3) 命令発行幅は4と仮定する。このパイプラインで達成できる IPC の上限を答えよ。

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(24/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問3】 コンピュータのメモリシステムについて考える。マイクロプロセッサにダイレクトマップ・キャッシュが搭載されているものとする。ワードアドレッシング方式を採用しており、ワードサイズは4バイト、キャッシュ・サイズは16バイト、ブロックサイズは4バイト、アドレス長は4ビットである。キャッシュの初期状態は空であったが、これまでに $1101 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 1111 \Rightarrow 1101$ のワードアドレス (2進表現) に対してメモリアクセスが順次発生している。このとき、メモリアクセス①～⑤が順次発生したとする。

メモリアクセス	ワードアドレス (2進表現)
①	1010
②	1001
③	1000
④	0011
⑤	1111

以下の各問いに答えよ。

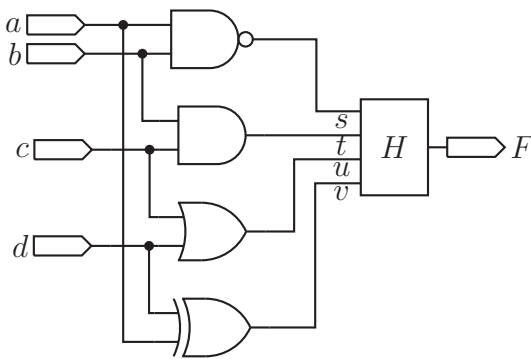
- (1) メモリアクセス①～⑤のうち、キャッシュ・ヒットとなるメモリアクセスをすべて答えよ。該当するメモリアクセスがない場合は「該当なし」と答えること。
- (2) メモリアクセス①～⑤のうち、初期参照ミスとなるメモリアクセスをすべて答えよ。該当するメモリアクセスがない場合は「該当なし」と答えること。
- (3) 競合ミスを削減するためにはこのキャッシュをどのように改良すれば良いか説明せよ。また、改良によるデメリットがあればあわせて説明せよ。

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
 修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
 専門科目 (Specialized subjects)
 (25/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】～【Q3】) and write the number of the question on the answer sheet.

【Q1】 Suppose a logic circuit in the below figure is composed of several logic gates and subcircuit H . The logic function of the output $F(a, b, c, d)$ is defined by the truthtable shown below. Show the minimum sum of products form of $H(s, t, u, v)$. The minimum sum of products form of a logic function means that having the smallest number of product terms among those which represent the function. If there are two or more forms having the smallest number of product terms, forms having the smallest number of literals are chosen as the minimum forms.



a	b	c	d	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(26/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 Let us consider a microprocessor having a pipelined datapath. Program execution time ET can be represented by using the three parameters, instruction count required to complete the whole program execution IC , the number of executed instructions per clock cycle IPC , and clock frequency F , as shown in the following equation.

$$ET = \frac{IC}{IPC \times F}$$

Answer the following questions.

- (1) Consider an in-order microprocessor whose instruction issue width is one. Explain the effects of pipelined datapath implementation on IC , IPC , and F , compared to a single-cycle datapath implementation where each instruction is executed in a single clock cycle, respectively. If there are no effects on each parameter, answer “no effects.”
- (2) We extend the pipelined datapath by increasing the instruction issue width from one to two that forms an in-order superscalar microprocessor, i.e., at most two independent instructions can be executed in parallel. Explain the effects of this extension on IC , IPC , and F , respectively. If there are no effects on each parameter, answer “no effects.”
- (3) Assume that the instruction issue width is four. Answer the upper limit of IPC that can be achieved by the pipelined datapath.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
修士課程 入学試験問題 (実施日 令和4年8月29日)
専門科目 (Specialized subjects)
(27/27)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】 Consider computer memory systems. Assume a direct-mapped cache memory implemented in a microprocessor chip. The microprocessor uses word addressing, the word size is 4 bytes, the cache size is 16 bytes, the block size is 4 bytes, and the address width is 4 bits. Suppose the cache was initially empty, and the memory access sequence for the following word addresses (represented in the binary numeral system) has occurred.

1101 \Rightarrow 1010 \Rightarrow 1111 \Rightarrow 1101

Then we have the following five memory accesses (memory access ① - ⑤) consecutively.

Memory access	Word address (the binary numeral system)
①	1010
②	1001
③	1000
④	0011
⑤	1111

Answer the following questions.

- (1) Find all of the memory accesses among ① - ⑤ that cause a cache hit. If there is no corresponding memory access, answer “not applicable.”
- (2) Find all of the memory accesses among ① - ⑤ that cause a compulsory miss. If there is no corresponding memory access, answer “not applicable.”
- (3) Explain how to modify this cache memory to reduce the conflict miss. Also, if there are any demerits to the modification, explain them.