

九州大学大学院システム情報科学府

電気電子工学専攻

平成31年度入学試験問題

【平成30年8月23日（木）、24日（金）】

数 学 (Mathematics)

(7 枚中の 1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め 7 枚，解答用紙は 3 枚つづり (1 分野につき 1 枚) である。
You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
- 以下の 6 分野から 3 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	微分方程式	Differential equation	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	複素関数論	Complex function theory	5
5	確率・統計	Probability and statistics	6
6	記号論理学	Symbolic logic	7

- 解答用紙の全部に，専攻名，コース名（情報学専攻を除く），選択分野番号（ で囲む），受験番号および氏名を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, course name (except the department of informatics), the selected field number (mark with a circle), your examinee number and your name.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

行列 $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -3 \\ 6 & 7 & 6 \\ -6 & -6 & -5 \end{pmatrix}$ について、次の各問に答えよ。

(1) $Ax = -2x$ なる零でないベクトル $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ を1つ求めよ。

(2) $Ay = dy$ なる数 $d \neq -2$ と零でないベクトル $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ を1つ求めよ。

(3) $AP = PD$ を満たす正則行列 P と対角行列 $D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix}$ を1つ求めよ。

(4) P の逆行列 P^{-1} を求めよ。

(5) A^{10} を求めよ。

Consider the matrix $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -3 \\ 6 & 7 & 6 \\ -6 & -6 & -5 \end{pmatrix}$. Answer the following questions.

(1) Find a nonzero vector $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ that satisfies $Ax = -2x$.

(2) Find a number $d \neq -2$ and a nonzero vector $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ that satisfy $Ay = dy$.

(3) Find an invertible matrix P and a diagonal matrix $D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix}$ that satisfy

$$AP = PD.$$

(4) Find the inverse P^{-1} of P .

(5) Find A^{10} .

数 学 (Mathematics)

(7枚中の3)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

2. 【微分方程式 (Differential equation) 分野】

2つの関数 $x(t), y(t)$ について、次の連立微分方程式を解け。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 5y \\ \frac{dy}{dt} = x - 3y \\ x(0) = 3, \quad y(0) = 1 \end{cases}$$

Solve the following simultaneous differential equations for two functions $x(t)$ and $y(t)$.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 5y \\ \frac{dy}{dt} = x - 3y \\ x(0) = 3, \quad y(0) = 1 \end{cases}$$

数 学 (Mathematics)

(7 枚中の 4)

6 分野のうちから 3 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において, x, y, z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ i, j, k とする. 次の各問に答えよ.

- (1) スカラー場 ϕ を $\phi = e^{xz} \sin y + e^x \cos y$, ベクトル場 A を $A = (2x - z)i - 2j + 2k$ で定める. 点 $(1, 0, 1)$ における ϕ の勾配の A 方向成分を求めよ.
- (2) ベクトル場 $A = zi - 3j + 4xyk$ について, 次の面 S に対する A の面積分を計算せよ.
 $S: 6x + 3y + z = 3 \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$

The unit vectors on x, y and z axes of Cartesian coordinates are denoted i, j and k , respectively. Answer the following questions.

- (1) Let the scalar field $\phi = e^{xz} \sin y + e^x \cos y$ and the vector field $A = (2x - z)i - 2j + 2k$. Evaluate the component of the gradient of ϕ in the direction of A at the point $(1, 0, 1)$.
- (2) Evaluate the surface integral for the vector field $A = zi - 3j + 4xyk$, along the following surface S .
 $S: 6x + 3y + z = 3 \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$

数学 (Mathematics)

(7枚中の5)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

4. 【複素関数論 (Complex function theory) 分野】

解析関数 $f(z) = u + iv$ を考える。ただし、 $z = x + iy$ は複素数、 x と y は実数、 u と v は実数値関数、 $i = \sqrt{-1}$ である。 x と y が極形式 $x = r \cos \theta$ と $y = r \sin \theta$ で表されるとき、極形式のコーシー・リーマンの方程式は以下の式で書けることを示せ。

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

Consider an analytic function $f(z) = u + iv$, where $z = x + iy$ is a complex number, x and y are real numbers, u and v are real functions, and $i = \sqrt{-1}$. Suppose x and y are written in the polar form $x = r \cos \theta$ and $y = r \sin \theta$. Prove that the Cauchy-Riemann equations in the polar form can be written by the following equations.

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

数 学 (Mathematics)

(7 枚中の 6)

6 分野のうちから 3 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙を別にすること．
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet
for each field.

5. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ とする．連続確率変数の対 (X, Y) の同時密度関数は

$$f(x, y) = \frac{1}{C}(e^{-x} + e^{-y}) \quad (x, y) \in \Omega$$

で与えられるものとする．ただし $C > 0$ は正規化定数である．以下の各問に答えよ．

- (1) C の値を求めよ．
- (2) X と Y は独立か否か，理由と共に答えよ．
- (3) $Y = 0$ の条件の下での X の期待値を求めよ．

Let $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$. Let (X, Y) be a pair of continuous random variables given by the joint probability density function

$$f(x, y) = \frac{1}{C}(e^{-x} + e^{-y}) \quad (x, y) \in \Omega$$

where $C > 0$ denotes the normalizing constant. Answer the following questions.

- (1) Compute the value of C .
- (2) Establish whether or not X and Y are independent.
- (3) Find the expectation of X under the condition of $Y = 0$.

数 学 (Mathematics)

(7 枚中の 7)

6 分野のうちから 3 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

6. 【記号論理学 (Symbolic logic) 分野】

次の各問に答えよ。

- (1) 命題論理式 $((p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)) \rightarrow (((t \rightarrow (q \rightarrow u)) \rightarrow s) \rightarrow (r \rightarrow s))$ がトートロジーであることを示せ。
- (2) 3 つの述語論理式 $\forall x \forall y \forall z (P(x, y, z) \rightarrow \neg P(z, y, x))$, $\exists x \exists y (P(x, x, y) \wedge P(x, y, y))$, $\forall x \forall y \forall z (P(x, y, z) \rightarrow (P(y, z, x) \vee P(z, x, y)))$ をそれぞれ ψ_1, ψ_2, ψ_3 で表す。
 - (a) ψ_1 から $\forall x \forall y \neg P(x, y, x)$ が導かれることを示せ。
 - (b) $\psi_1 \wedge \psi_2$ の議論領域 $\{a, b\}$ におけるモデルを 1 つ示せ。
 - (c) $(\psi_1 \wedge \psi_2) \rightarrow \psi_3$ の妥当性を判定し, その理由を述べよ。

Answer the following questions.

- (1) Show that the propositional formula $((p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)) \rightarrow (((t \rightarrow (q \rightarrow u)) \rightarrow s) \rightarrow (r \rightarrow s))$ is a tautology.
- (2) Let ψ_1, ψ_2 , and ψ_3 denote the predicate logic formulas $\forall x \forall y \forall z (P(x, y, z) \rightarrow \neg P(z, y, x))$, $\exists x \exists y (P(x, x, y) \wedge P(x, y, y))$, and $\forall x \forall y \forall z (P(x, y, z) \rightarrow (P(y, z, x) \vee P(z, x, y)))$, respectively.
 - (a) Show that ψ_1 derives $\forall x \forall y \neg P(x, y, x)$.
 - (b) Give a model for $\psi_1 \wedge \psi_2$ whose domain of discourse is $\{a, b\}$.
 - (c) Determine the validity of $(\psi_1 \wedge \psi_2) \rightarrow \psi_3$, and justify your answer.

専門 I (Specialized subjects I)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め 9 枚, 解答用紙は 3 枚である。
You are given 9 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets.

3. 以下の 3 分野から 1 分野を選び解答すること。
Select 1 out of the following 3 fields and answer the questions.

	分野	field	page
1	電気回路	Circuit theory	2 ~
2	電子回路	Electronic circuits	4 ~
3	制御工学	Control engineering	6 ~

4. 解答は解答用紙に記入すること。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Your answers should be written on the answer sheets. Use one sheet for each question. You may continue to write your answer on the back of the answer sheets if you need more space. In such a case, indicate this clearly.

5. 解答用紙の全部に、志望するコース名、選択分野名、受験番号、氏名および問題番号を記入すること。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the course name, your selected field name, your examinee number, your name and the question number.

電気回路

4 問中 3 問を選び、解答用紙欄に解答した問題番号を記入すること。

【問 1】 図 1 の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源電圧 E と電流 I_2 の位相差は $\arg(E/I_2) = 0$ である。

- (1) R_1, R_2, X_1, X_2 の間の関係式を示せ。
- (2) $|I_1| = 2 \text{ A}, |I_2| = 1 \text{ A}, |V| = 4 \text{ V}, |E| = 8 \text{ V}$ のとき、 R_1, R_2, X_1, X_2 の各値を求めよ。

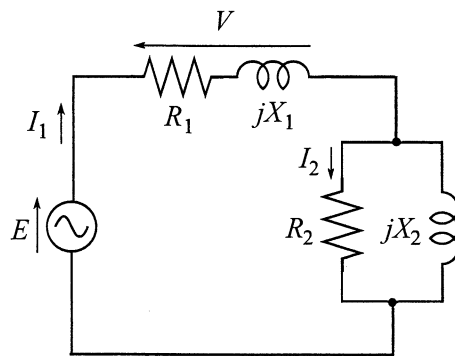


図 1

【問 2】 図 2 の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源電圧 E の角周波数を ω とする。

- (1) 抵抗 R_L の電流 I と消費電力 P を求めよ。
- (2) リアクタンス X が可変であるとき、消費電力 P が最大となるような X を求めよ。

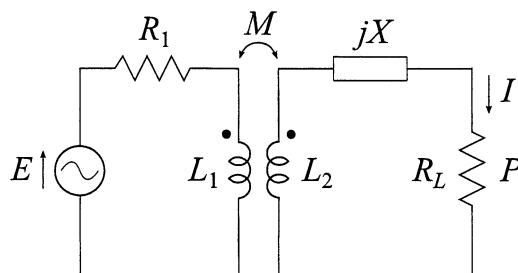


図 2

【問 3】 図 3 の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源電圧 E の角周波数を ω とする。

- (1) 抵抗 r の電流 I を求めよ。
- (2) $z_0 = R, z_1 = jX_1, z_2 = -jX_2$ のとき、 E と I の位相差が $\arg(E/I) = 0$ となる条件を求めよ。

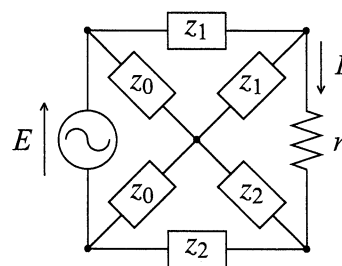


図 3

【問 4】 図 4 の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、 $E = \sqrt{3}/2 \text{ V}, R_1 = R_2 = 2 \Omega, C = 4 \text{ F}, L = 1 \text{ H}$ とする。

- (1) スイッチ S_2 を開いたまま、時刻 $t = 0$ においてスイッチ S_1 を閉じる。このとき、 $t > 0$ における電荷 $q(t)$ を求めよ。ただし、 $q(0) = \frac{1}{2} CE$ とする。
- (2) S_2 を開いたまま S_1 を閉じて回路が定常状態に達した後、 $t = 0$ において S_1 を開くと同時に S_2 を閉じる。このとき、 $t > 0$ における電流 $i(t)$ を求めよ。
- (3) (2) で求めた $i(t)$ の大きさが最大となる時刻 t を求めよ。

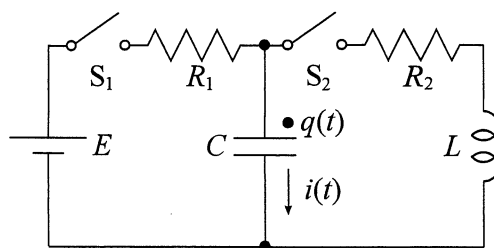


図 4

Circuit Theory

Choose three out of the four questions and write the chosen question number on each answer sheet.

[Q1] Consider the circuit shown in Fig. 1, where the phase difference between the source voltage E and the current I_2 is $\arg(E/I_2) = 0$.

- (1) Find the equation representing the relation among R_1 , R_2 , X_1 and X_2 .
- (2) Find the values of R_1 , R_2 , X_1 and X_2 when $|I_1| = 2$ A, $|I_2| = 1$ A, $|V| = 4$ V and $|E| = 8$ V.

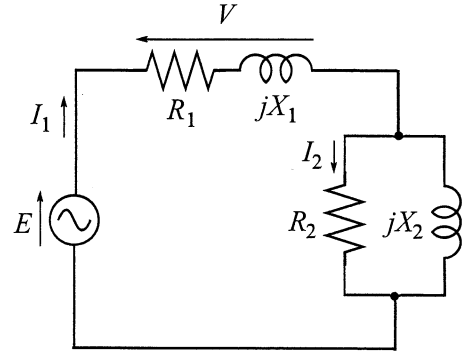


Fig. 1

[Q2] Consider the circuit shown in Fig. 2, where the source voltage E has the angular frequency ω . Answer the following questions.

- (1) Find the current I and power consumption P in the resistance R_L .
- (2) Find the reactance X for which the power consumption P is maximized when X is variable.

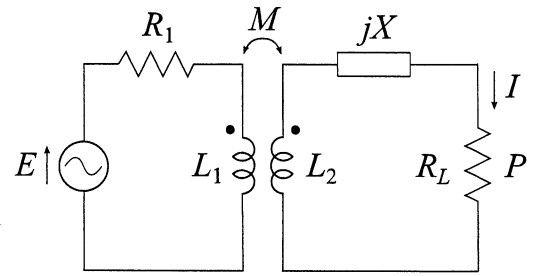


Fig. 2

[Q3] Consider the circuit shown in Fig. 3, where the source voltage E has the angular frequency ω . Answer the following questions.

- (1) Find the current I in the resistance r .
- (2) Find the requirement for which the phase difference between E and I is $\arg(E/I) = 0$ when $z_0 = R$, $z_1 = jX_1$ and $z_2 = -jX_2$.

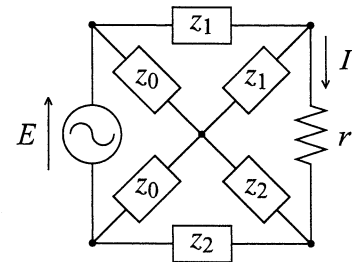


Fig. 3

[Q4] Consider the circuit shown in Fig. 4, where $E = \sqrt{3}/2$ V, $R_1 = R_2 = 2$ Ω , $C = 4$ F and $L = 1$ H.

- (1) The switch S_1 is closed at the time $t = 0$ while the switch S_2 is left open. Find the charge $q(t)$ for $t > 0$ under the assumption of $q(0) = \frac{1}{2} CE$.
- (2) S_1 and S_2 are left closed and open, respectively, and the circuit is in the steady state. After that, S_1 and S_2 are simultaneously opened and closed, respectively, at $t = 0$. Find the current $i(t)$ for $t > 0$.
- (3) Find the time t at which the magnitude of the current $i(t)$ obtained in (2) is maximized.

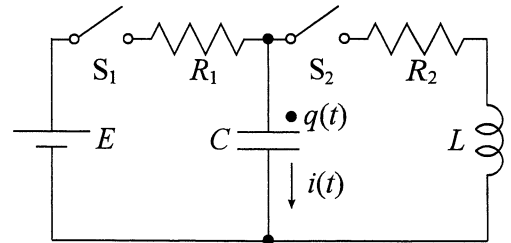


Fig. 4

次の各問(1, 2, 3)に答えよ。解答はすべて解答用紙に記入すること。

1. 次の問に答えよ。ただし、演算増幅器は理想的であるとする。

(1) 図1(a)に示す回路の伝達関数 $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$ を求めよ。

(2) 図1(b)に示す回路の伝達関数 $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$ を導き、 $G(j\omega)$ について電圧利得および位相のボード図の概形を描け。

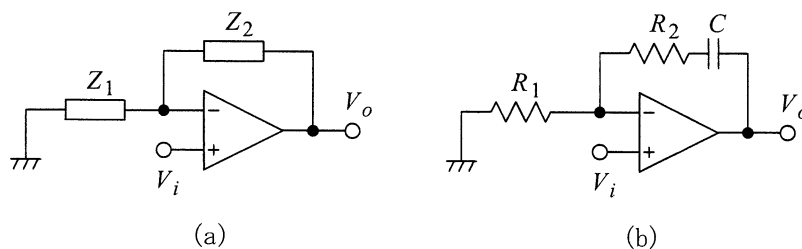


図1

2. 図2(a)に示すリミッタ回路について、次の問に答えよ。ただし、ダイオードは理想的であるとする。

(1) 入出力電圧特性を図2(b)に示した座標系に図示せよ。

(2) 入力電圧 V_i として図2(c)に示すような正弦波を与えたときの出力電圧 V_o の波形を図示せよ。

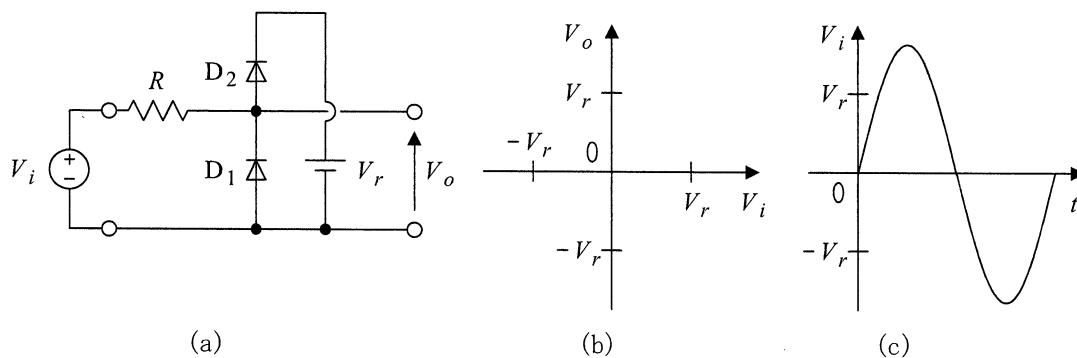


図2

3. 図3に示すLC発振器(ハートレー発振器)について、次の問に答えよ。

(1) ループ利得 T を求めよ。

(2) 発振が定常状態にある時の発振周波数と振幅条件を求めよ。

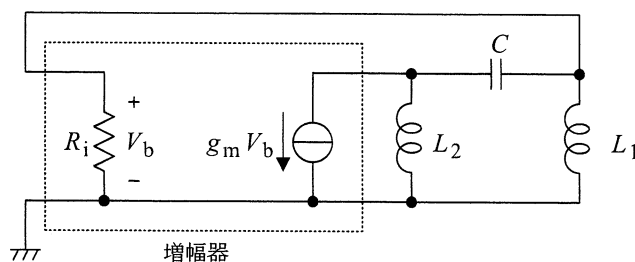


図3

Answer the following questions (1, 2, 3). All answers should be written on the answer sheets.

1. Answer the following questions. The operational amplifiers are assumed to be ideal.

(1) Derive the transfer function $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$ for the circuit shown in Fig. 1 (a).

(2) Derive the transfer function $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$ for the circuit shown in Fig. 1 (b), and sketch the Bode plots of the voltage gain and the phase for $G(j\omega)$.

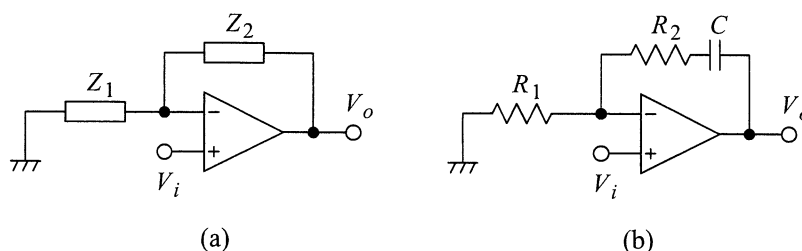


Fig. 1

2. A limiter circuit has been constructed as shown in Fig. 2 (a), where the diodes are assumed to be ideal.

(1) Sketch the input-output voltage characteristic of the limiter circuit on the coordinate plane of Fig. 2 (b).

(2) Sketch the waveform of the output voltage V_o when the sinusoidal input voltage V_i is applied as shown in Fig. 2 (c).

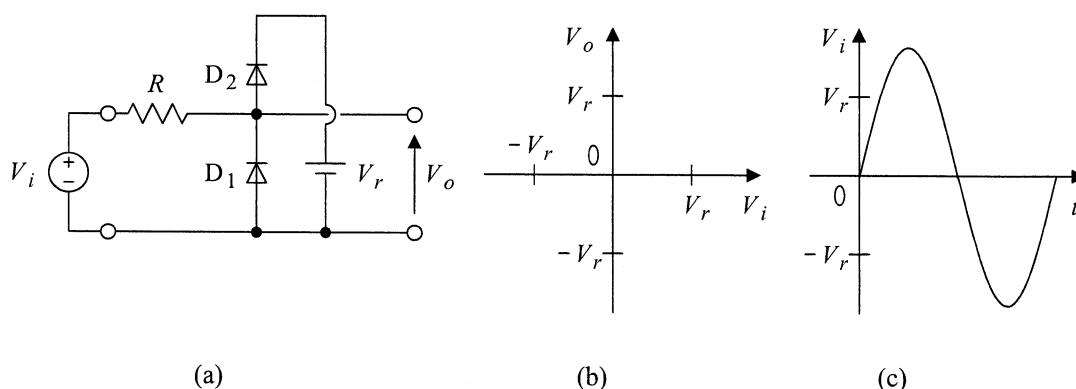


Fig. 2

3. Fig. 3 shows an LC oscillator which is called the Hartley oscillator.

(1) Derive the loop gain T .

(2) Derive the oscillation frequency and the condition for the amplitude when in the steady-state condition.

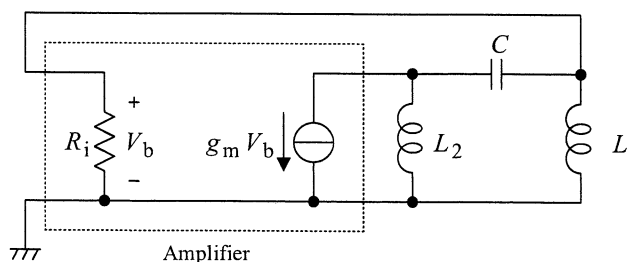


Fig. 3
005

制御工学

次の各問（1， 2， 3）に答えよ．

- 1． 次のシステムのベクトル軌跡， ボーデ線図を図 1 から選べ． 選んだ理由を述べよ． ここで s はラプラス演算子である．

$$\text{I) } \frac{1}{s+1}, \quad \text{II) } \frac{5s+10}{(s+2)(s^2+3s+5)}, \quad \text{III) } \frac{5s}{(s+2)(s^2+3s+5)}$$

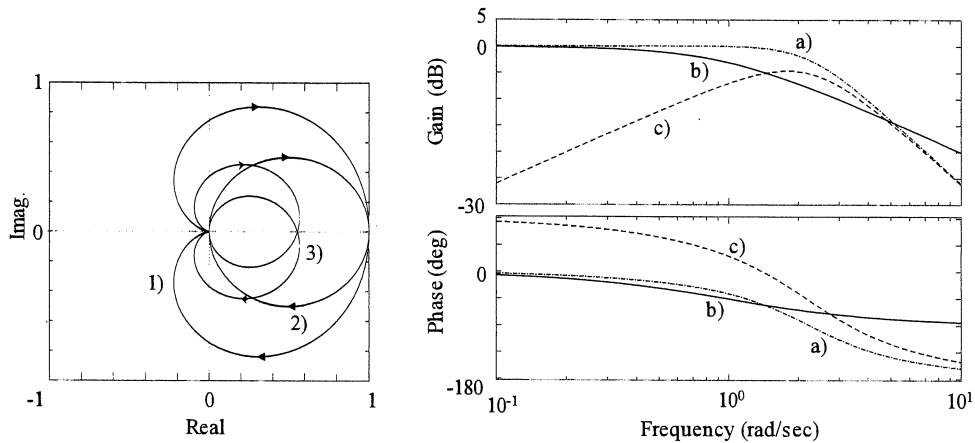


図 1

- 2． 図 2 に示すシステムを考える．

- 1) このシステムを状態方程式と出力方程式で表わせ．
- 2) u から y への伝達関数を求めよ．
- 3) 1つのブロックを変更してこのシステムを可制御なシステムにせよ． 可制御になったシステムのブロック図を示せ．

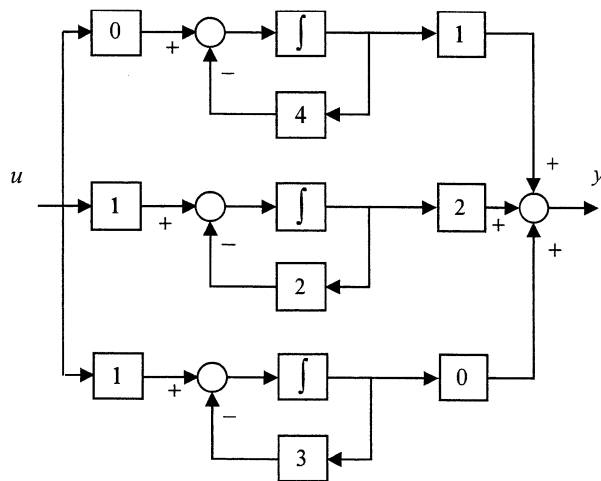


図 2

3. 図3のブロック線図で表わされるシステムを考える. y の応答として適切なものを図4から選べ. 選んだ理由を述べよ. ここで s はラプラス演算子である.

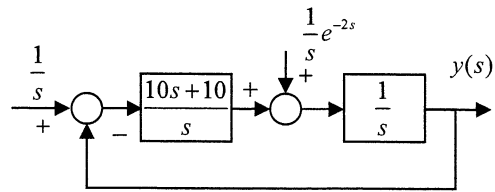


図3

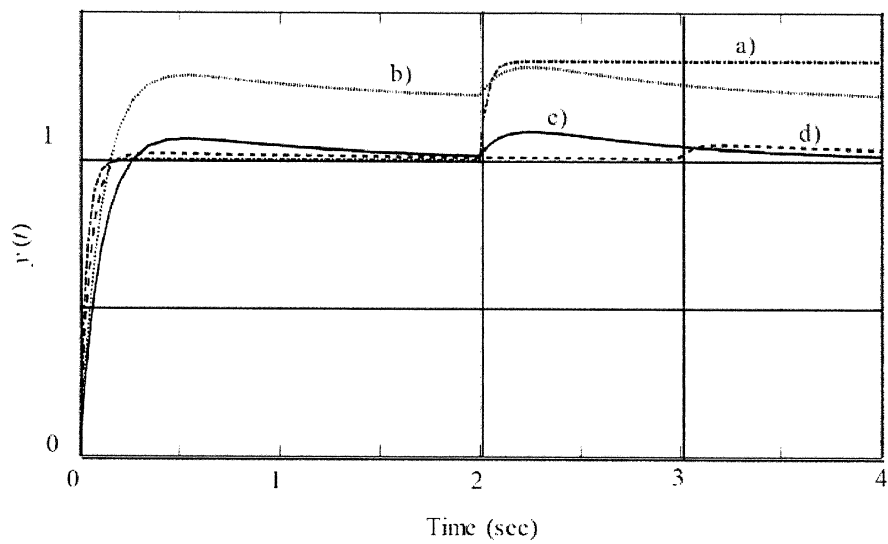


図4

Control engineering

Answer the following questions (1, 2 and 3).

1. Choose the vector loci and Bode plots of the following systems from Fig.1 respectively. Explain the reasons why the loci and plots are appropriate. Here s is the Laplace operator.

$$\text{I) } \frac{1}{s+1}, \quad \text{II) } \frac{5s+10}{(s+2)(s^2+3s+5)}, \quad \text{III) } \frac{5s}{(s+2)(s^2+3s+5)}$$

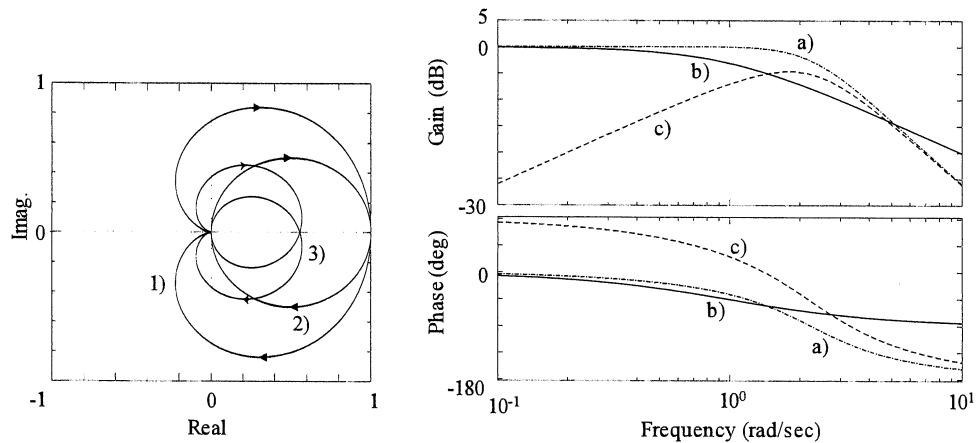


Fig.1

2. Consider the system shown by Fig.2

- 1) Represent the system using a state equation and an output equation.
- 2) Show the transfer function from u to y .
- 3) Modify a block so that the system is controllable. Draw the block diagram of the controllable system.

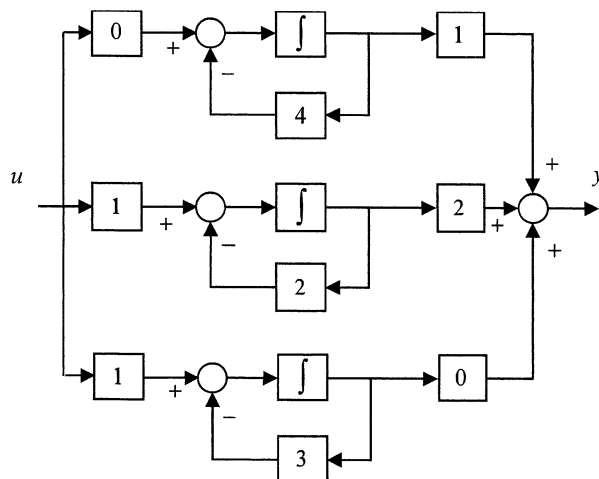


Fig.2

3. Consider a system shown by the block diagram in Fig.3. Choose an appropriate time response of y from Fig.4. Explain the reason why the plot is chosen. Here s is the Laplace operator.

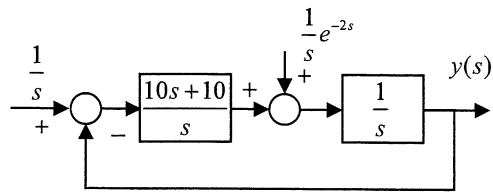


Fig.3

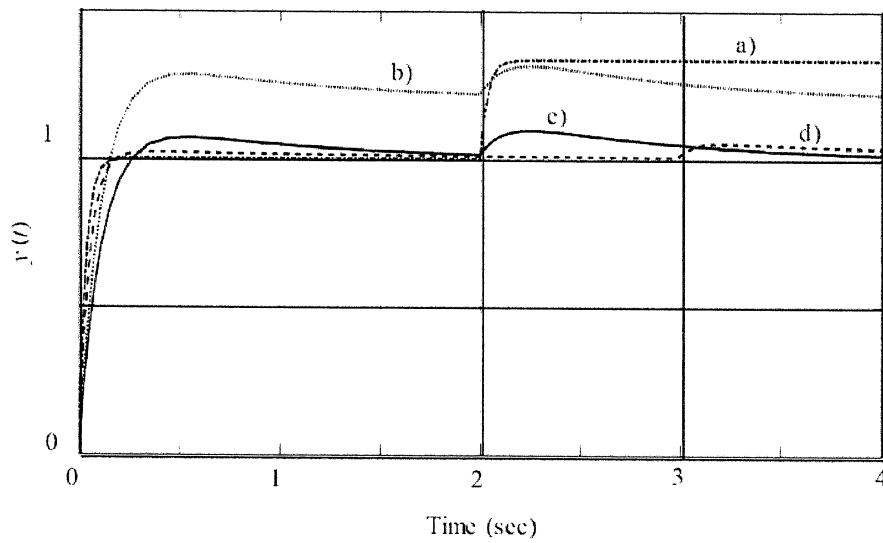


Fig.4

専門Ⅱ (Specialized subjects Ⅱ)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め 17 枚、解答用紙は 3 枚である。
You are given 17 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets.

3. 以下の 3 分野から 1 分野を選び解答すること。
Select 1 out of the following 3 fields and answer the questions.

	分野	field	page
1	電磁気学	Electromagnetism	2 ～
2	半導体デバイス	Semiconductor device	8 ～
3	計算機工学	Computer engineering	14 ～

4. 解答は解答用紙に記入すること。大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。
Your answers should be written on the answer sheets. Use one sheet for each question. You may continue to write your answer on the back of the answer sheets if you need more space. In such a case, indicate this clearly.
5. 解答用紙の全部に、志望するコース名、選択分野名、受験番号、氏名および問題番号を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the course name, your selected field name, your examinee number, your name and the question number.

次の各問（問1 問2 問3）に答えよ。

問1 図1に示すように、誘電率 ϵ_0 の真空中に置かれた面積 S 、間隔 d の平行平板コンデンサの極板A、Bの間に、面積 S 、厚さ t ($t < d$) の導体板CをAC間の距離が x になるようにA、Bに平行に挿入した場合について以下の問いに答えよ。ただし端効果は無視できるものとする。

- (1) A、Bを接地した状態でCに正電荷 Q を与えた。CのAに面した表面に現れる電荷 Q_1 、CのBに面した表面に現れる電荷 Q_2 を求めよ。
- (2) AC間の空間に蓄えられる静電エネルギー W_1 、BC間の空間に蓄えられる静電エネルギー W_2 を求めよ。
- (3) Aに作用する力 F_1 とBに作用する力 F_2 を求めよ。

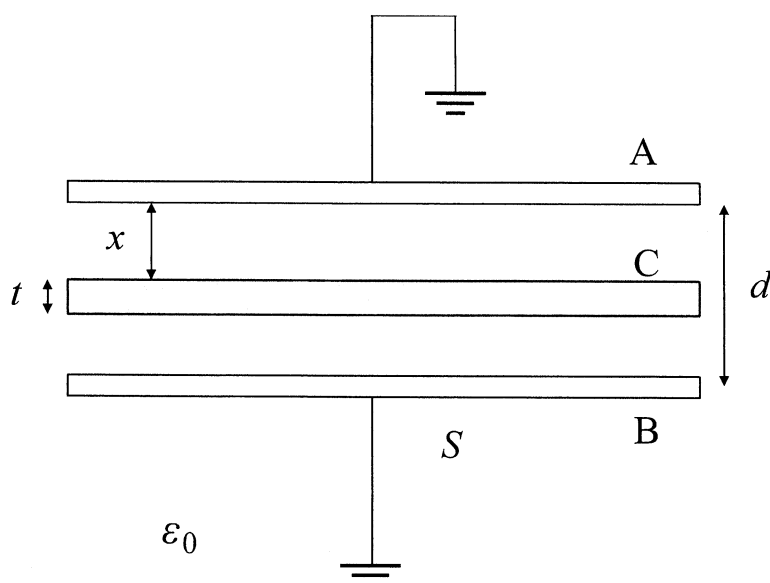


図1

問2 図2に示すように、半径が a の内部導体と半径が c で厚さの無視できる外部導体により同軸ケーブルが構成されており、内外導体には反平行電流 I が一様に流れている。

- (1) 図2(a)に示す様に導体間に二つの磁性体を層状に挿入した。磁性体1と2の透磁率はそれぞれ μ_1 , μ_2 である。磁性体1と2における磁界の強さ $H_1(r)$ と $H_2(r)$ を内部導体の中心からの距離 r の関数として示せ。また、磁性体1と2における磁束密度 $B_1(r)$ と $B_2(r)$ を求めよ。
- (2) 図2(a)の場合について、二つの磁性体内に蓄えられる単位長当りの磁気エネルギー U_m を求めよ。またこの結果から、同軸ケーブルの単位長当りの自己インダクタンス（外部インダクタンス） L を求めよ。
- (3) 図2(b)に示す様に導体間の左右それぞれに透磁率が μ_1 と μ_2 の二つの磁性体を挿入した。ただし、二つの磁性体の体積は等しいとする。二つの磁性体内に発生する磁界の強さ $H_1(r)$, $H_2(r)$, 及び磁束密度 $B_1(r)$, $B_2(r)$ を求めよ。

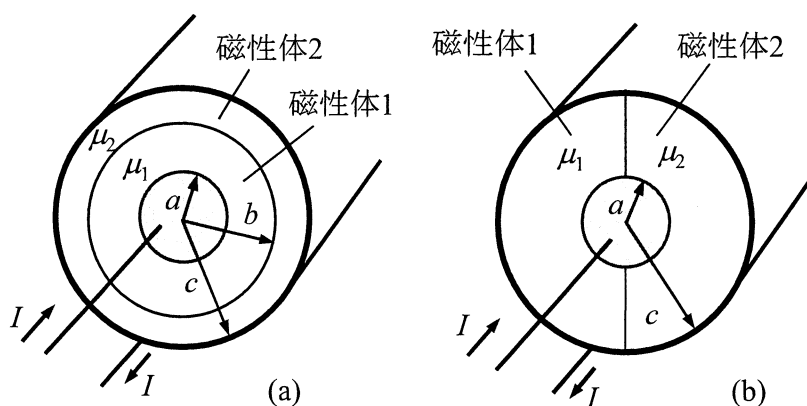


図2

問3 図3(a)に示すように、半径 a 、単位長さ当たりの巻数 n の無限に長いソレノイドコイルを真空中に置いた。次に、図3(b)に示すように、時刻 $t=0$ で電流 I を流し始め、時刻 $t=T$ で電流が I_S になるように一定の割合で増加させ、その後は一定電流 I_S を流した。真空の透磁率を μ_0 とする。

- (1) 時刻 t において、ソレノイドコイルの内側および外側に発生する磁束密度の大きさ B を求めよ。
- (2) 図3(c)に示すように、ソレノイドコイルと同軸上に、半径 r の1回巻きの円形コイルを置いた。時刻 t において、円形コイルに生じる起電力の大きさ V を求めよ。
- (3) (2)の結果を用いて、ソレノイドコイルの中心軸から r 離れた位置における時刻 t での電界の大きさ E を求めよ。
- (4) ソレノイドコイルの中心軸から r 離れた位置における時刻 t でのポインティングベクトル \mathbf{S} の大きさと向きを求めよ。
- (5) (4)の結果を用いて、時刻 $t=0$ から $t=T$ の間にソレノイドコイルの単位長さあたりに蓄えられるエネルギー U を求めよ。またその導出過程も示せ。

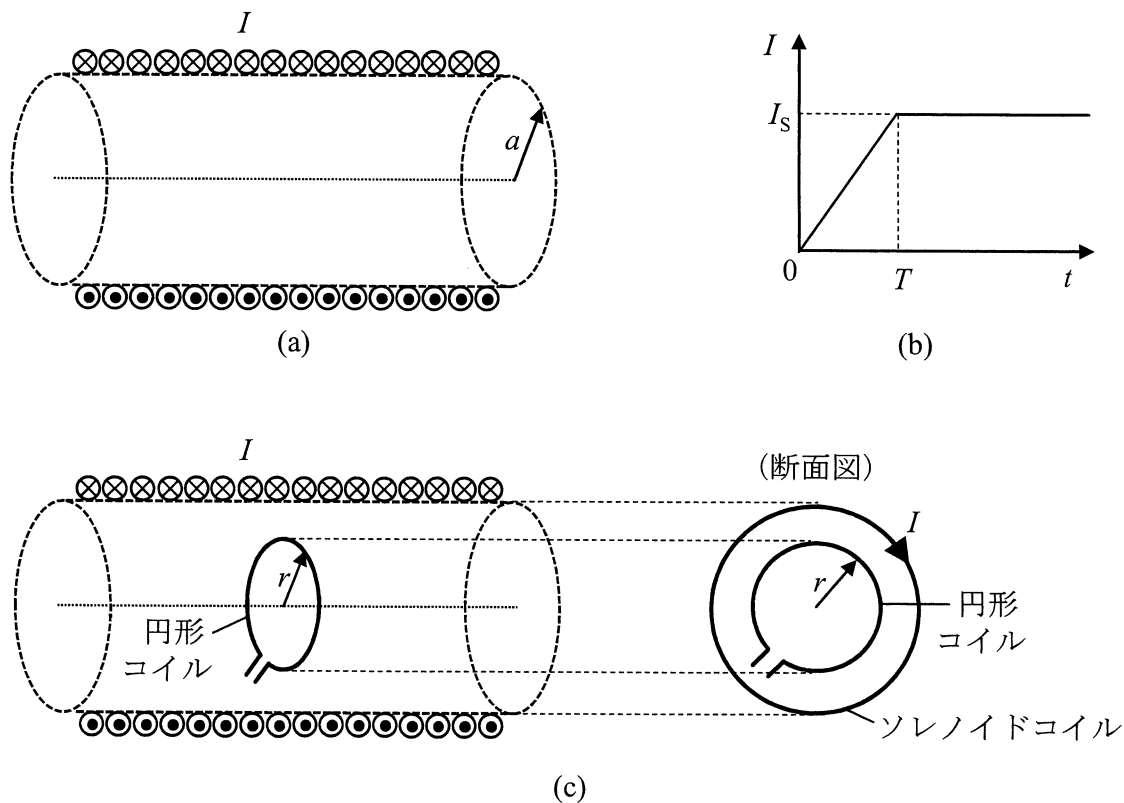


図3

Answer the following questions ([Question 1] [Question 2] [Question 3]).

[Question 1] As shown in Fig. 1, a pair of parallel conductor A and B with the area S and the spacing d is placed in vacuum with permittivity ϵ_0 . A conductor plate C is parallelly inserted between A and B so that the space between A and C becomes x . It can be assumed that the edge effect is negligible.

- (1) The electrical charge Q is given to the plate C while plates A and B are kept at earth potential. Give the electrical charge Q_1 which appears on the plate C surface facing the conductor A. Also give the electrical charge Q_2 which appears on the plate C surface facing the conductor B.
- (2) Give the electrostatic energy W_1 stored in the space between A and C. Also give the electrostatic energy W_2 stored in the space between B and C.
- (3) Give the electrostatic force F_1 acting on A. Also give the electrostatic force F_2 acting on B.

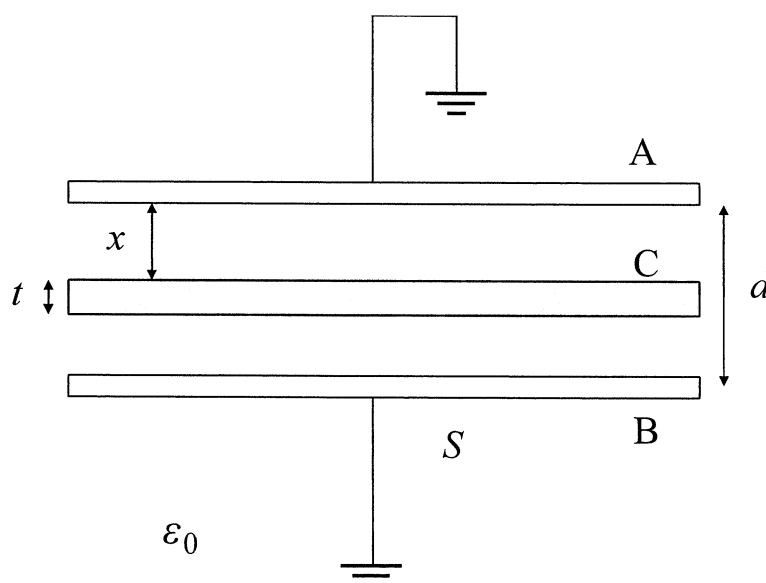


Fig. 1

[Question 2] As shown in Fig. 2, there is a co-axial cable made of an inner conductor with radius a and an outer conductor with radius c , where thickness of the outer conductor can be neglected.

Uniform current I is flowing in the two conductors oppositely.

- (1) Two coaxial layer magnetic materials are inserted between the conductors as shown in Fig. 2(a). Permeability of the material 1 and 2 are μ_1 and μ_2 , respectively. Give the magnetic field $H_1(r)$ and $H_2(r)$ in the material 1 and 2 as a function of r from the center of the inner conductor. Also, give the magnetic flux density $B_1(r)$ and $B_2(r)$ in the material 1 and 2.
- (2) In the case shown in Fig. 2(a), give the magnetic energy U_m stored in the two materials per unit length. Also, give the self inductance (external inductance) L of the co-axial cable per unit length.
- (3) Two magnetic materials with permeability μ_1 and μ_2 are inserted into left-side part and right-side part between the conductors as shown in Fig. 2(b). Here, volumes of material 1 and 2 are equal with each other. Give the magnetic field $H_1(r)$ and $H_2(r)$, and the magnetic flux density $B_1(r)$ and $B_2(r)$ in the two materials.

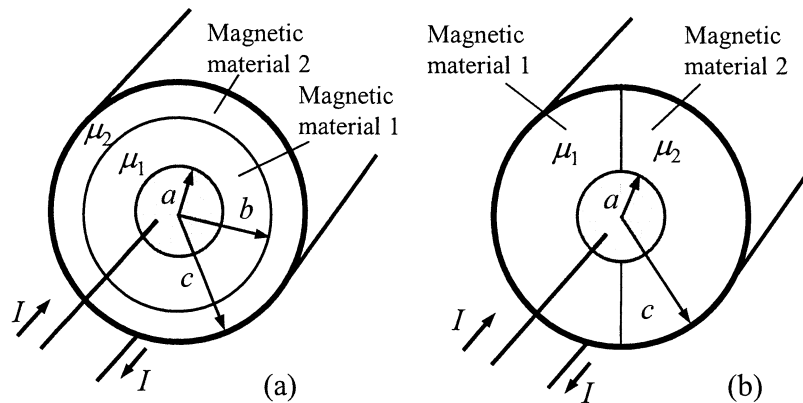


Fig. 2

[Question 3] An infinitely long solenoid coil of radius a having n turns per unit length is placed in vacuum, as shown in Fig. 3 (a). The current I flowing through the solenoid coil is zero at time $t = 0$, and increases steadily to I_s in time T , as shown in Fig 3 (b). For time $t \geq T$, a constant current I_s flows through the solenoid coil. The permeability of vacuum is μ_0 .

- (1) Give the magnitude of the magnetic flux density B both inside and outside the solenoid coil at time t .
- (2) A one-turn circular coil of radius r is placed coaxially to the solenoid coil, as shown in Fig. 3 (c). Give the magnitude of the electromotive force V induced in the circular coil at time t .
- (3) Give the magnitude of the electric field E at a distance r from the axis of the solenoid coil at time t using the result obtained in question (2).
- (4) Give the magnitude and direction of the Poynting vector \mathbf{S} at a distance r from the axis of the solenoid coil at time t .
- (5) Give the energy stored per unit length of the solenoid coil, U , at time $t = T$ using the result obtained in question (4). Also, show how to derive the energy U .

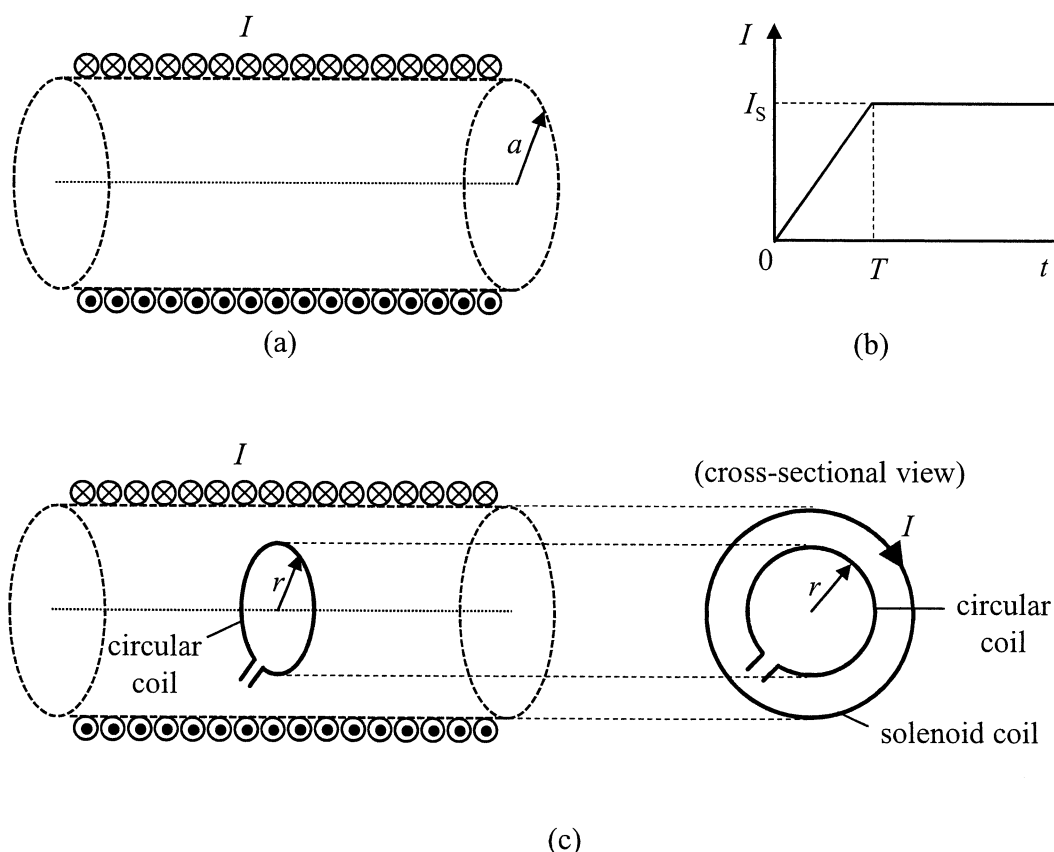


Fig. 3

半導体デバイス

次の各問（ **1** **2** **3** ）に答えよ。

1

ホウ素(B)原子(密度: $1.5 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$)を含むシリコン(Si)結晶に関する以下の問いに答えよ。ただし、この Si 結晶の室温における自由電子および正孔の移動度を、それぞれ $0.15 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $0.050 \text{ m}^2/\text{Vs}$, 室温における真性キャリア密度を $1.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$ とし、電気素量を $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ とする。

- (1) この Si 結晶を立方体(1 辺の長さ: 1.0 cm)に切り出し、1 組の向かい合う 2 面に電極を形成した。この電極間の室温における抵抗を求めよ。
- (2) (1)の立方体 Si の電極間に 20 V を印加した。室温における Si 中の多数キャリアが電極間を移動するのに要する時間を求めよ。
- (3) この Si 結晶に、さらに $1.0 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$ のリン(P)原子を添加した。室温における Si 中の自由電子密度、正孔密度、および抵抗率を求めよ。
- (4) 上記(3)の Si 結晶中の正孔密度の温度依存性を示すグラフを模式的に描け。グラフには、正孔密度 p の対数表示を縦(y)軸、絶対温度 T の逆数を横(x)軸に取れ。作図においては、低温領域、中温領域、高温領域における正孔密度の温度依存性がわかるように注意せよ、また、低温領域および高温領域における勾配は Si 結晶のどのような物性量に比例するかを明記せよ。
- (5) 上記(3)で P 原子を添加する前と後では、正孔の移動度はどちらが高いか？理由とともに答えよ。

2

アクセプター密度 N_A の p 型領域とドナー密度 N_D の n 型領域で構成される pn 接合に関する下記の設問に答えよ.

- (1) この pn 接合の平衡状態における p 型中性領域の自由電子密度 n_{p0} を, n 型領域のドナー密度 N_D , 拡散電位 V_d , 絶対温度 T , ボルツマン定数 k , 電気素量 q を用いて式で表せ.
- (2) この pn 接合の順方向バイアス状態(バイアス電圧: V_F)における p 型領域の空乏層端での自由電子密度 n_p を, 順方向バイアス V_F , 平衡状態における p 型中性領域の自由電子密度 n_{p0} , 絶対温度 T , ボルツマン定数 k , 電気素量 q を用いて式で表せ.
- (3) pn 接合の p 型中性領域における自由電子密度の平衡状態(密度: n_{p0})からの変化量の分布 $\Delta n_p(x)$ は, 次の微分方程式の解として与えられる.

$$\frac{d^2 \Delta n_p(x)}{dx^2} - \frac{\Delta n_p(x)}{L_n^2} = 0,$$

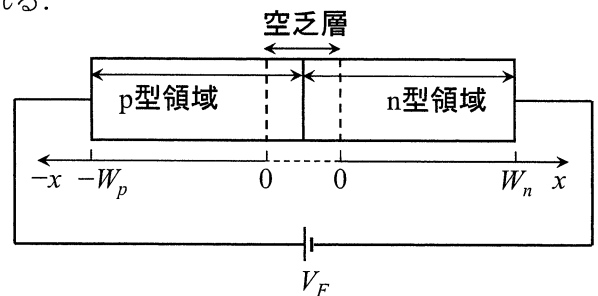


図 1

- ここで, L_n は自由電子の拡散距離である. 図 1 に示すとおり, 空乏層端の位置で $x=0$ とし, p 型中性領域で x は負である. p 型中性領域の幅 W_p が, 自由電子の拡散距離 L_n に比べて十分に長いと仮定し, 順方向バイアス V_F を印加した pn 接合の p 型中性領域における自由電子密度の変化量の分布 $\Delta n_p(x)$ を求めよ.
- (4) (3) の結果を用い, 空乏層端($x=0$)を横切る電子拡散電流密度 $J_n(0)$ を求めよ. ただし, 電子の拡散係数を D_n とする.
 - (5) 上記と同様の解析手順で, pn 接合の n 型中性領域における正孔密度の平衡状態(密度: p_{n0})からの変化量の分布 $\Delta p_n(x)$ および空乏層端($x=0$)を横切る正孔拡散電流密度 $J_p(0)$ を求め, 順方向バイアス V_F を印加した pn 接合を流れる全電流密度 J を与える式を導け. さらに, 全電流密度 J の式を元に, pn 接合の逆方向電流を低減するための方策を 2 つ挙げよ.

3 図2に示すような、ゲート電極が円環形の MOSFET について問う。ソースは半径 r_1 の円板形、ドレインは内側の半径 r_2 の円環形をしており、いずれも抵抗は無視できるものとする。ゲート絶縁膜の単位面積当たりの容量を C_{OX} 、チャネル内の電子の移動度を μ 、しきい電圧を V_{th} とする。中心から距離 r ($r_1 \leq r \leq r_2$) におけるチャネルの電位を $V_c(r)$ 、その点における単位面積当たりの電荷密度を $Q_I(r)$ とする。ソースは接地されており、MOSFET を導通するようにゲート、ドレインにはそれぞれ V_{GS} 、 V_{DS} の電圧が加えられているものとする。以下の設問に答えよ。

- (1) $Q_I(r_1)$ を与えられた諸量を用いて表せ。
- (2) $Q_I(r_2)$ を与えられた諸量を用いて表せ。
- (3) $Q_I(r)$ を与えられた諸量を用いて表せ。
- (4) 中心から r の距離にある点のチャネル内キャリアの速度 $v(r)$ を示せ。
- (5) ドレイン電流 I_D を V_{GS} および V_{DS} の関数として表す式を導出せよ。
- (6) V_{GS} を一定にしたまま V_{DS} を大きくしていくとドレイン電流 I_D は飽和する。飽和したときの $Q(r_2)$ はいくらか。
- (7) 飽和したドレイン電流 I_{Dsat} を表す式を導出せよ。
- (8) ドレイン電流が飽和している MOSFET において、チャネル内のキャリアの運動エネルギーは、 $r = r_1$ 付近と $r = r_2$ 付近ではどちらが大きいと考えられるか。理由とともに記せ。

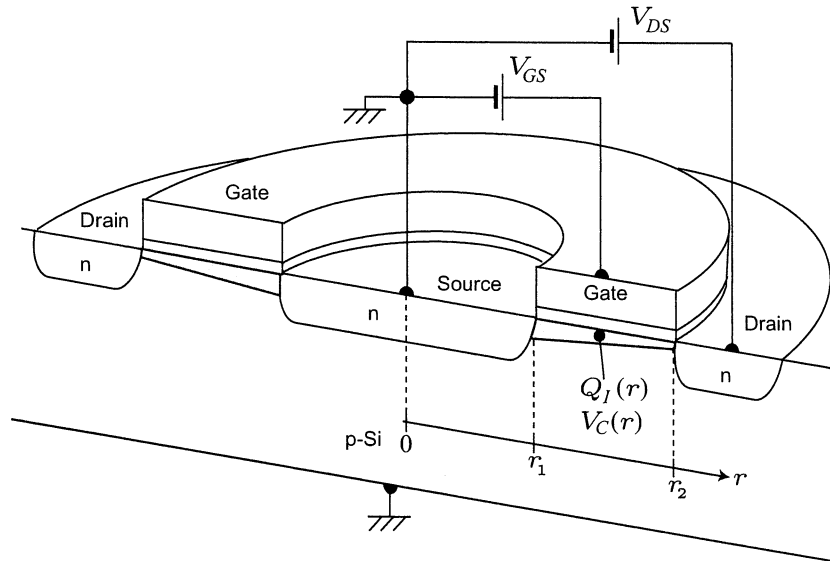


図 2

Semiconductor devices

Answer the following questions (1 2 3).

1

Answer the following questions concerning a silicon (Si) crystal doped with boron (B) (concentration: $1.5 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$). Here, the drift mobilities of free electrons and holes in Si at room temperature are 0.15 and $0.050 \text{ m}^2/\text{Vs}$, respectively, the intrinsic carrier concentration at room temperature is $1.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$, and the elementary charge is $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

- (1) The Si crystal was cut into a cube (side length: 1.0 cm), and a pair of electrodes were formed on a pair of parallel faces of the cube. Evaluate the resistance between the electrodes at room temperature.
- (2) A bias voltage of 20 V was applied between the electrodes of the Si cube of (1). Evaluate the traveling time of a majority carrier between the electrodes at room temperature.
- (3) In this Si crystal, phosphorus (P) atoms were additionally doped with a concentration of $1.0 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$. Evaluate the concentrations of free electrons, the concentration of holes, and the resistivity of the Si crystal at room temperature.
- (4) Draw schematically a graph showing the temperature dependence of hole concentration in the Si obtained in (3) above. In the graph, take the logarithmic hole concentration p as the y -axis and the inverse of the absolute temperature T as the x -axis. In the drawing, clarify the temperature dependence in the low, middle, and high temperature regions. In addition, describe which physical properties of Si crystals determine the slopes in the low and high temperature regions, respectively.
- (5) Which has the higher hole mobility, the Si crystal before or after doping of P atoms in (3) above? Answer with the reason.

2

Answer the following questions about a pn junction consisting of a p-type region (acceptor concentration: N_A) and n-type region (donor concentration: N_D).

- (1) Give an equation for the free electron concentration n_{p0} in the p-type neutral region of the pn junction under the equilibrium, using donor concentration N_D in n-type region, the diffusion voltage V_d , absolute temperature T , the Boltzmann constant k , and elementary charge q .
- (2) Give an equation for the free electron concentration n_p at the edge of the depletion layer in the p-type region, using the forward bias voltage V_F , the free electron concentration n_{p0} in the p-type neutral region under the equilibrium, absolute temperature T , the Boltzmann constant k , and elementary charge q .
- (3) The profile of the change in the free electron concentration $\Delta n_p(x)$ from that under the equilibrium n_{p0} in the p-type neutral region is given as a solution of the following derivative equation.

$$\frac{d^2 \Delta n_p(x)}{dx^2} - \frac{\Delta n_p(x)}{L_n^2} = 0,$$

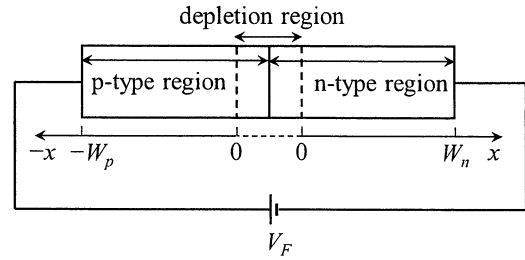


Fig. 1

where L_n is the diffusion length of free electrons. As indicated in Fig. 1, $x = 0$ at the edge of the depletion layer, and x is negative in the p-type neutral region. Derive the profile of the change in the free electron concentration $\Delta n_p(x)$ in the p-type neutral region of the pn junction applied with a forward bias voltage V_F , assuming that the width of the p-type neutral region W_p is sufficiently longer than the diffusion length of free electrons L_n .

- (4) Derive the electron diffusion current density $J_n(0)$ crossing the edge of the depletion layer ($x=0$), using the answer obtained in (3). Here, the diffusion coefficient of electrons is D_n .
- (5) By a similar analysis mentioned above, derive the profile of the change in the hole concentration $\Delta p_n(x)$ from that under the equilibrium p_{n0} in the n-type neutral region and the hole diffusion current density $J_p(0)$ crossing the edge of the depletion layer ($x=0$), and show an equation for the total current density J in the pn junction applied with a forward bias voltage V_F . Moreover, describe two approaches to suppress the reverse current of a pn junction based on the equation for the total current density J .

3 Consider a MOSFET which has a ring-shaped gate as shown in Fig. 2. The source is made in a disc-shape with the radius r_1 and the drain is made in a ring-shape with inner radius r_2 . The resistance of the source and drain is negligible. The capacitance per unit area of the gate insulator is C_{OX} . The mobility of electrons in the channel is μ . The threshold voltage is V_{th} . The charge density per unit area in the channel at the point having a distance r ($r_1 \leq r \leq r_2$) from the center is $Q_I(r)$ and the potential of the channel at that point is $V_C(r)$. The source is grounded. The gate and drain are biased at voltages V_{GS} and V_{DS} , respectively, to turn on the MOSFET. Answer the following questions.

- (1) Express $Q_I(r_1)$ using the given parameters.
- (2) Express $Q_I(r_2)$ using the given parameters.
- (3) Express $Q_I(r)$ using the given parameters.
- (4) Obtain velocity of carriers in the channel, $v(r)$, at the distance r from the center.
- (5) Derive an equation for drain current I_D as functions of V_{GS} and V_{DS} .
- (6) When V_{DS} increased while keeping V_{GS} constant, the drain current I_D saturates. Evaluate $Q(r_2)$ when I_D saturates.
- (7) Derive an equation for the saturated drain current I_{Dsat} .
- (8) Consider the kinetic energy of carriers traveling in the channel near $r = r_1$ and the kinetic energy of those near $r = r_2$. Which is larger? Describe with physics. Assume that the MOSFET is operating under the condition where drain current saturates.

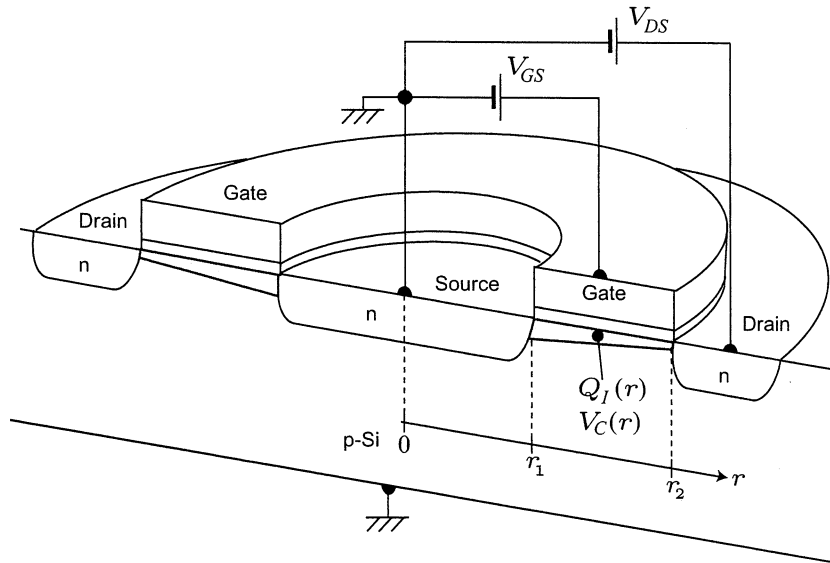


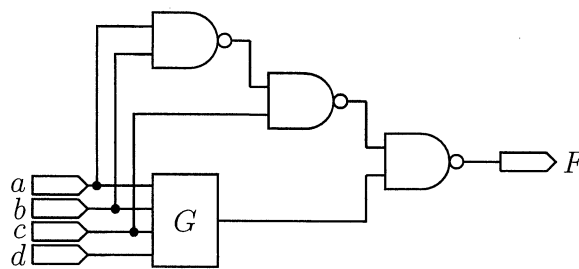
Fig. 2

【計算機工学 (Computer Engineering) 分野】

次の各問い (【問1】～【問2】) に答えよ.

【問1】 以下の真理値表で与えられた論理関数 $F(a, b, c, d)$ を図で示されるように関数 $G(a, b, c, d)$ および NAND ゲートを使って実現することを考える. 関数 G の最簡積和形を示せ.

a	b	c	d	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1



(4枚中の2)

【問2】 与えられた数列 a_1, a_2, \dots, a_n のうち, $i < j$ かつ $a_i > a_j$ ($1 \leq i, j \leq n$) であるとき, (a_i, a_j) を反転と呼ぶ.

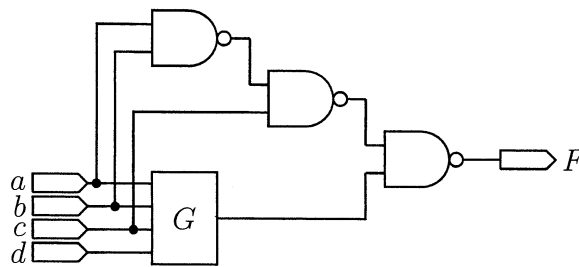
(1) 数列 $1, 6, 3, 5, 2, 4, 7$ の反転の個数を求めよ.

(2) 与えられた数列 a_1, a_2, \dots, a_n の反転の個数を数える効率の良いアルゴリズムを与えよ.

Answer the following questions (【Q1】 ~ 【Q2】).

【Q1】 Let $F(a, b, c, d)$ be a logic function whose truth table is shown below. Consider that F is composed of another subfunction $G(a, b, c, d)$ and NAND gates as shown in the below figure. Show the minimum sum of products form of G .

a	b	c	d	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1



【Q2】 Given a sequence of numbers a_1, a_2, \dots, a_n , (a_i, a_j) is an inversion if $i < j$ and $a_i > a_j$ hold ($1 \leq i, j \leq n$).

- (1) Count the number of inversions in the sequence 1, 6, 3, 5, 2, 4, 7.
- (2) Give an algorithm for efficiently counting the number of inversions in a given sequence of numbers a_1, a_2, \dots, a_n .