九州大学大学院システム情報科学府

情報理工学専攻

令和７年度入学試験問題

【令和６年９月１０日（火）、１１日（水）】

令和７年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和６年９月１０日）

数 学 (Mathematics)

(1/6)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は,『始め』の合図があるまで開いてはならない.
   Do not open the problem sheets until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め 6 ページ，解答用紙は 3 枚つづり (1 分野につき 1 枚) である.
   You are given 6-page problem sheets including this cover page, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).

3. 線形代数，解析学・微積分の 2 分野に加えて，ベクトル解析および確率・統計から 1 分野を選択し，合計 3 分野について解答すること．選んだ分野毎に解答用紙を別にすること.
   Answer three fields in total, including Linear algebra and Analysis and calculus, and either Vector analysis or Probability and statistics. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	解析学・微積分	Analysis and calculus	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	確率・統計	Probability and statistics	5

4. 解答用紙の全部に，専攻名，受験番号および氏名を記入すること．3 枚目の解答用紙については，選択した分野番号（3 または 4）を〇で囲むこと.
   Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, your examinee number and your name. Mark the selected field number (3 or 4) with a circle on the third answer sheet.

5. 解答は解答用紙に記入すること．スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること.
   Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

6. 解答は，日本語，英語のいずれかで記入すること.
   Your answers must be written in Japanese or English.

令和７年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻 電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和６年９月１０日）

数 学 (Mathematics)

(2/6)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

---

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

(1) 以下の行列 A, B の行列式をそれぞれ求めよ.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 9 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 & 10 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \end{bmatrix}$$

(2) 任意の n 次上三角行列 $A = (a_{ij})$ に対して，$\det(A) = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}$ であることを示せ．ここで，$\det(A)$ は A の行列式を表す.

(1) Find the determinants of the following matrices A and B, respectively.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 9 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 & 10 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \end{bmatrix}.$$

(2) For any upper triangular matrix $A = (a_{ij})$ of order n, show $\det(A) = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}$, where $\det(A)$ denotes the determinant of A.

令和７年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻 電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和６年９月１０日）

数 学 (Mathematics)

(3/6)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

---

2. 【解析学・微積分 (Analysis and calculus) 分野】

(1) 次の積分を計算せよ．ただし a, b は正の定数であり，$\mathbb{R}$ は実数全体の集合を表す.

$$\int_D (x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,\middle|\, \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\le 1\right\}$$

(2) 次の微分方程式の解を，ラプラス変換を用いて求めよ．なお，y' は関数 $y(x)$ の x に関する１階導関数を表している.

$$y''+4y=\cosh x-\sinh x,\ y(0)=2,\ y'(0)=3$$

(3) $z=x+iy$, x, y は実数，$i=\sqrt{-1}$ とする．次の各問に答えよ.

(a) 関数 $e^{2x}(\cos ay+i\sin ay)$ が正則となる実数 a を求めよ.

(b) 正則関数 $w(z)$ を考える．$\mathrm{Re}(w(z))=\cos x\cosh y$ で表されるとき，$w(z)$ を求めよ．ただし $\mathrm{Re}(w(z))$ は，$w(z)$ の実部である.

(1) Calculate the following integral, where a and b are positive constants and $\mathbb{R}$ denotes the set of all real numbers.

$$\int_D (x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,\middle|\, \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\le 1\right\}.$$

(2) Find the solution to the following differential equation using Laplace transforms. Here, y' denotes the first-order derivative of a function $y(x)$ with respect to x.

$$y''+4y=\cosh x-\sinh x,\ y(0)=2,\ y'(0)=3.$$

(3) Let $z=x+iy$, where x and y are real numbers, and $i=\sqrt{-1}$. Answer the following questions.

(a) Find a real number a for which the function $e^{2x}(\cos ay+i\sin ay)$ is holomorphic.

(b) Consider a holomorphic function $w(z)$. Suppose the real part of the function $w(z)$ is given as $\mathrm{Re}(w(z))=\cos x\cosh y$, where $\mathrm{Re}(w(z))$ denotes the real part of the function $w(z)$. Then, find a formula for the function $w(z)$.

令和７年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻 電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和６年９月１０日）

数 学 (Mathematics)

(4/6)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

---

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において，x，y，z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ とする．ベクトル場 $\boldsymbol{F}$ を $\boldsymbol{F} = 2x\boldsymbol{i} + 3y\boldsymbol{j} + 6z\boldsymbol{k}$ としたとき，閉曲面 $S : 8x^2 + 12y^2 + 24z^2 = 4$ 上の面積分

$$\int_S \sqrt{4x^2 + 9y^2 + 36z^2}\, dS$$

を以下の手順で計算せよ.

(1) 閉曲面 S 上の各点 (x, y, z) における外向き法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ を求めよ.

(2) 閉曲面 S 上で，$\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n} = \sqrt{4x^2 + 9y^2 + 36z^2}$ が成り立つことを示せ.

(3) $\displaystyle\int_S \sqrt{4x^2 + 9y^2 + 36z^2}\, dS$ を求めよ.

The unit vectors on x, y and z axes of Cartesian coordinates are denoted by $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ and $\boldsymbol{k}$, respectively. Let the vector field $\boldsymbol{F} = 2x\boldsymbol{i} + 3y\boldsymbol{j} + 6z\boldsymbol{k}$. Calculate the surface integral

$$\int_S \sqrt{4x^2 + 9y^2 + 36z^2}\, dS$$

over the closed surface $S : 8x^2 + 12y^2 + 24z^2 = 4$ by answering the following questions.

(1) Find the outward-pointing normal vector $\boldsymbol{n}$ at each point (x, y, z) on the closed surface S.

(2) Show $\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n} = \sqrt{4x^2 + 9y^2 + 36z^2}$ on the closed surface S.

(3) Find $\displaystyle\int_S \sqrt{4x^2 + 9y^2 + 36z^2}\, dS$.

令和７年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻 電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和６年９月１０日）

数 学 (Mathematics)

(5/6)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

---

4. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

あるマウスの種について，1 匹のメスが生涯に産む子の総数 n は，次の確率分布に従うことが分かっている．ただし，オスとメスの生まれる確率はどちらも 1/2 であるとする．

$$P_0 = P_1 = \frac{1}{4}, \quad P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (n \geq 2)$$

このマウスの種に関して，次の各問いに答えよ．

(1) あるメスのマウスについて，子の総数が 2 であると分かった場合，子が 2 匹ともオスである確率を求めよ．

(2) あるメスのマウスについて，オスの子の数が 2 である確率を求めよ．

(3) あるメスのマウスについて，オスの子の数が 2 であると分かった場合，子の総数が 2 である確率を求めよ．

(4) あるメスのマウスについて，オスの子の数が 2 であると分かった場合，メスの子の数も 2 である確率を求めよ．

必要であれば以下の公式を利用してよい．

$$\sum_{n=0}^{\infty} nx^n = \frac{x}{(1-x)^2} \quad (|x| < 1), \quad \sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3} \quad (|x| < 1)$$

令和７年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻 電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和６年９月１０日）

数 学 (Mathematics)

(6/6)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

As for a certain species of mouse, it is known that the total number n of children which a female mouse produces in its lifetime is distributed according to the following probability distribution P_n.

$$P_0 = P_1 = \frac{1}{4}, \quad P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \text{for} \quad n \geq 2.$$

Here, we assume that the probability of giving birth to a male or female is 1/2. Answer the following questions on this species of mouse.

(1) For a female mouse, given that the total number of its children is two, find the probability that both children are male.

(2) For a female mouse, find the probability that the number of its male children is two.

(3) For a female mouse, given that the number of its male children is two, find the probability that the total number of its children is two.

(4) For a female mouse, given that the number of its male children is two, find the probability that the number of its female children is also two.

You may use the following formulas if necessary.

$$\sum_{n=0}^{\infty} nx^n = \frac{x}{(1-x)^2} \quad \text{for} \quad |x| < 1, \quad \sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3} \quad \text{for} \quad |x| < 1.$$

令和７年度　九州大学大学院システム情報科学府　情報理工学専攻
修士課程　入学試験問題　　（実施日 令和６年９月１０日）

専門科目 (Specialized subjects)

(1/39)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は,『始め』の合図があるまで開いてはならない.
   Do not open the problem sheets until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め 39 ページ，解答用紙は 3 枚つづり 2 部 (1 分野につき 1 部) である.
   You are given 39-page problem sheets including this cover page, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).
3. 以下の 6 分野から 2 分野を選び解答すること．解答用紙は 1 分野につき 1 部，大問 1 つあたり 1 枚を使用すること． 1 枚に大問２問以上の解答を書いてはならない.
   Select 2 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected. One sheet in a set is for one question. You may not use one sheet for two or more questions.

	分野	page
A	電気回路	2
B	情報理論	6
C	オートマトンと言語	8
D	電磁気学	12
E	アルゴリズム	20
F	計算機アーキテクチャ	32

	field	page
A	Circuit theory	4
B	Information theory	7
C	Automata and formal languages	10
D	Electromagnetism	16
E	Algorithms	26
F	Computer architecture	36

4. 解答用紙の全部に，受験番号，氏名，選択分野名，および問題番号を記入すること.
   Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with your examinee number, your name, the selected field, and the question number.
5. 解答は解答用紙に記入すること．スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること.
   Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate so clearly on the sheet.
6. 解答は，日本語，英語のいずれかで記入すること.
   Your answers must be written in Japanese or English.

専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

A. 【電気回路分野】

次の【問１】，【問２】，【問３】に答えよ．解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること．

【問 1】 図 1 の回路において，端子 bc 間に R_2 と n 本のインダクタが並列に接続されている．以下の問いに答えよ．ただし，$R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}\,[\Omega]$，$R_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,[\Omega]$，$Y_{\mathrm{L}k} = -j\,[\mathrm{S}](k = 1, 2, ..., n)$，$Y_{\mathrm{L}} = -2j\,[\mathrm{S}]$ である．

(1) $n = 2$ のとき，端子 bc 間のアドミタンス Y_{bc} を求めよ．

(2) $n = 1$ のとき，V_{ab}，V_{bc}，I，I_{R2}，I_{L1} の関係を表すフェーザ図を描き，位相差 $\arg(\frac{V_{\mathrm{bc}}}{V_{\mathrm{ab}}})$ を求めよ．

(3) 位相差 $\arg(\frac{V_{\mathrm{bc}}}{V_{\mathrm{ab}}}) = \frac{\pi}{3}$ のときの n を求めよ．

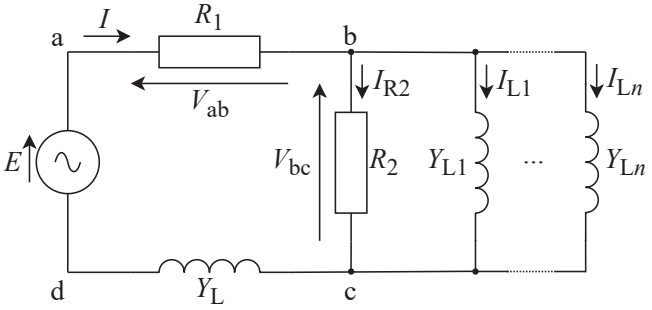


図 1

【問 2】 図 2 の回路において，電源電圧 $e(t) = 5\sin 2t$ [V] を印加して回路が定常状態に達した後，時刻 $t \geqq 0$ で $e(t) = 0$ [V] とした．電流 $i(t)$ と電荷量 $q(t)$ について以下の問いに答えよ．

(1) $i(0)$，$q(0)$ を求めよ．

(2) 時刻 $t > 0$ における $i(t)$ を求めよ．

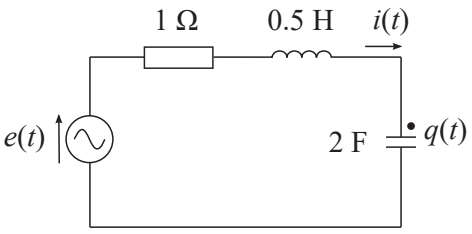


図 2

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問 3】 図 3(a) の様に，中央に縦続行列 $K = \begin{bmatrix} x & j \\ -j & 1 \end{bmatrix}$ で定義される 2 端子対網 (K) を持つ回路を考える．(K) の外に接続された素子に示された値はそれぞれインピーダンスを表す．以下の問いに答えよ．

(1) V_2，I_2 を，V_1，I_1 および x を用いた式で表せ．

(2) 2 端子対網 (K) が、線形素子のみで構成されているとき，x を求めよ．

(3) この回路の 1-1' 端子間に，図 3(a) のように交流電圧源 E が繋がれている．2-2' 端子側より，左側を見た部分は図 3(b) で示す様な等価回路と見なすことができるとして，V_O および Z_{out} を求めよ．ただし，(2) の条件は成立しているものとする．

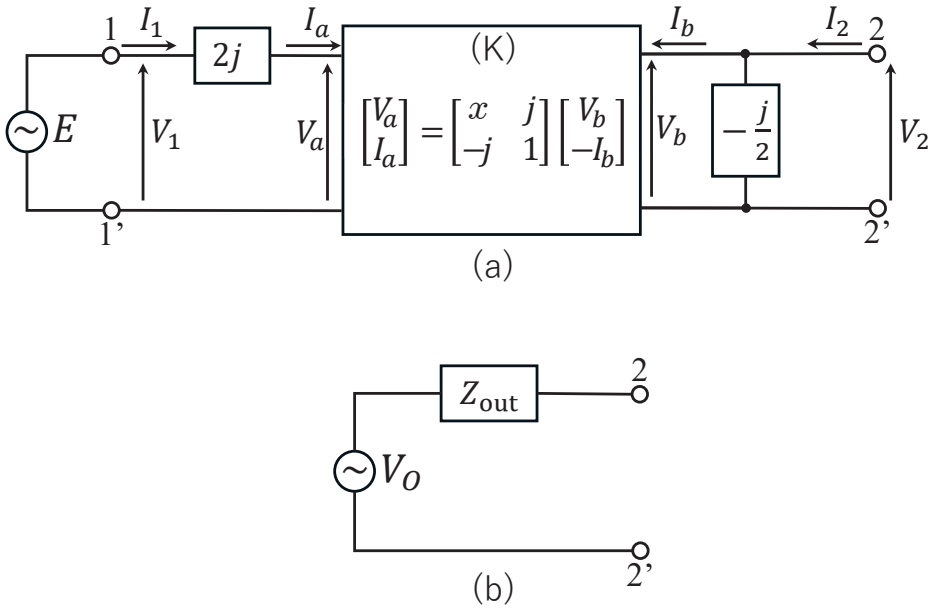


図 3

専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

A. 【Circuit theory】

Answer the following questions (【Q1】, 【Q2】, 【Q3】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on the answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where R_2 and n inductors are connected in parallel between terminals b and c. Answer the following questions, where $R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}\,[\Omega]$, $R_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\,[\Omega]$, $Y_{\mathrm{L}k} = -j\,[\mathrm{S}](k = 1, 2, ..., n)$ and $Y_{\mathrm{L}} = -2j\,[\mathrm{S}]$.

(1) When $n = 2$, find the admittance Y_{bc} between terminals b and c.

(2) When $n = 1$, draw a phasor diagram representing the relation of V_{ab}, V_{bc}, I, I_{R2} and I_{L1}. Then find the phase difference $\arg(\frac{V_{\mathrm{bc}}}{V_{\mathrm{ab}}})$.

(3) Find n when the phase difference $\arg(\frac{V_{\mathrm{bc}}}{V_{\mathrm{ab}}}) = \frac{\pi}{3}$.

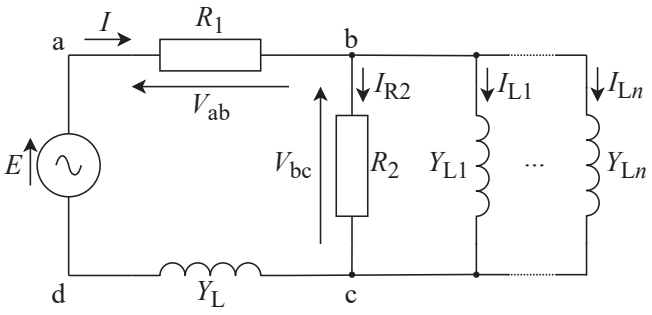


Fig. 1

【Q2】 In the circuit shown in Fig. 2, the source voltage $e(t) = 5\sin 2t$ [V] was applied and the circuit reached the steady state. When $t \geqq 0$, $e(t)$ was set to 0 [V]. Answer the following questions for the current $i(t)$ and the charge $q(t)$.

(1) Find $i(0)$ and $q(0)$.

(2) Find $i(t)$ for $t > 0$.

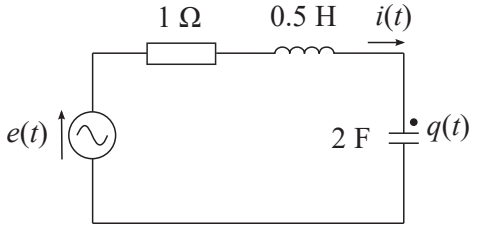


Fig. 2

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the circuit with a two-port network (K) at the center. (K) is defined by a cascade matrix $K = \begin{bmatrix} x & j \\ -j & 1 \end{bmatrix}$, as shown in Fig. 3(a). The values shown for the elements connected outside of (K) represent their impedance. Answer the following questions.

(1) Express V_2 and I_2 in terms of V_1, I_1, and x.

(2) When the two-port network (K) consists only of linear elements, find x.

(3) In the circuit, an AC voltage source E is connected between terminals 1-1', as shown in Fig. 3(a). Assuming the equivalent circuit viewed from the left side of terminals 2-2' can be represented as shown in Fig. 3(b), find V_O and Z_{out}. Assume that the condition from (2) holds.

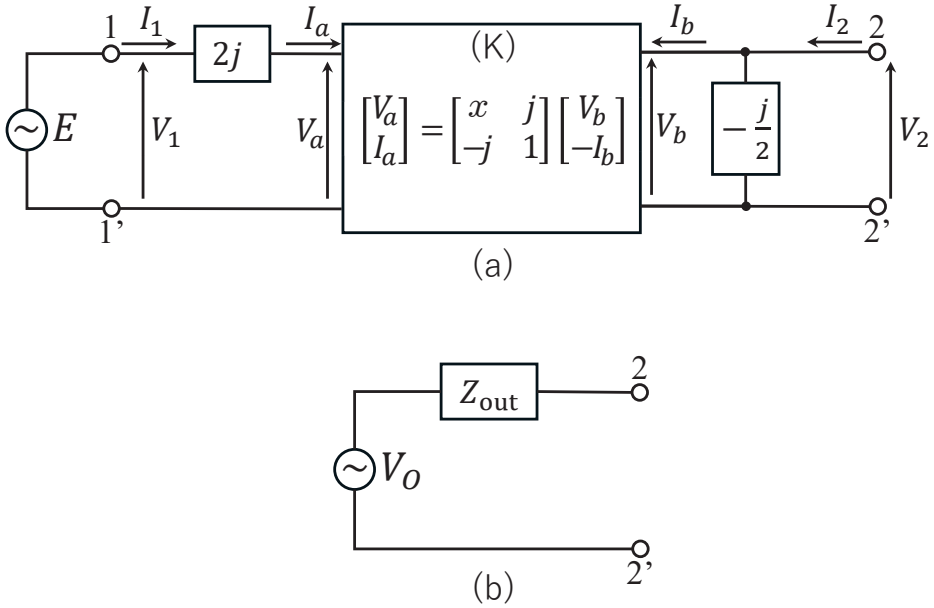


Fig. 3

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

B. 【情報理論分野】

次の【問 1】，【問 2】に答えよ．解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること．

【問 1】 入力アルファベットが $\{0,1\}$，出力アルファベットが $\{0,1,2\}$ であり，通信路行列が次の行列である無記憶な通信路 $W(Y|X)$ を考える．

$$\begin{pmatrix} 1-p-q & p & q \\ p & 1-p-q & q \end{pmatrix}$$

ただし，X は入力を表す確率変数，Y は出力を表す確率変数であり，通信路行列の (i,j) 成分は $W(j|i)$ を表し，$0 \le p \le 1, 0 \le q \le 1, 0 \le p+q \le 1$ とする．また，各入力記号の生起確率を $P_X(0) = \omega$，$P_X(1) = 1-\omega$ とする $(0 \le \omega \le 1)$．このとき，次の各問いに答えよ．

(1) この通信路の通信路線図を図示せよ．

(2) 確率 $P(X \neq Y)$ を求めよ．

(3) Y のエントロピー $H(Y)$ が最大のときの ω を求めよ．

(4) この通信路の通信路容量を求めよ．

【問 2】 M を正の整数，X を値域が $\{1,2,\ldots,M\}$ である確率変数とし，X の確率分布を p_X とする．B を X と独立な二元確率変数とし，1 をとる確率を q，0 をとる確率を $1-q$ とする（$0 \le q \le 1$）．確率変数 Y を

$$Y = \begin{cases} X & (B=0) \\ M+1 & (B=1) \end{cases}$$

と定める．次の各問いに答えよ．ただし，エントロピーの単位は nat とする．

(1) Y のエントロピー $H(Y)$ を，X のエントロピー $H(X)$ と q を用いて表せ．

(2) 固定された p_X に対し $H(Y)$ が最大となる q を求めよ．

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

B. 【Information theory】

Answer the following questions (【Q1】, 【Q2】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on the answer sheet.

【Q1】 Consider a memoryless channel $W(Y|X)$ with the input random variable X over the alphabet $\{0,1\}$, the output random variable Y over the alphabet $\{0,1,2\}$ and the transition matrix

$$\begin{pmatrix} 1-p-q & p & q \\ p & 1-p-q & q \end{pmatrix},$$

where the (i,j)-th component of the transition matrix denotes $W(j|i)$ with $0 \le p \le 1$, $0 \le q \le 1$ and $0 \le p+q \le 1$. Set the occurrence probabilities of the input symbols as $P_X(0) = \omega$ and $P_X(1) = 1-\omega$, where $0 \le \omega \le 1$. Answer the following questions.

(1) Draw a channel diagram of this channel.

(2) Find the probability $P(X \neq Y)$.

(3) Find ω when the entropy $H(Y)$ of Y is maximized.

(4) Find the channel capacity of this channel.

【Q2】 Let M be a positive integer and X be a random variable with probability distribution p_X over $\{1,2,\ldots,M\}$. Let B be a binary random variable that is independent of X. Suppose that B takes 1 with probability q and takes 0 with probability $1-q$, where $0 \le q \le 1$. Define a random variable Y by

$$Y = \begin{cases} X, & \text{if } B = 0, \\ M+1, & \text{if } B = 1. \end{cases}$$

Answer the following questions. In your answers, use *nats* for the unit of entropy.

(1) Express the entropy $H(Y)$ of Y using q and the entropy $H(X)$ of X.

(2) Find q that maximizes $H(Y)$ for a fixed p_X.

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

C. 【オートマトンと言語分野】

次の【問 1】，【問 2】に答えよ．解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること．

【問１】 アルファベット $\Sigma = \{a, b\}$ 上の文字列 w に対して，$\mathrm{sub}(w)$ は w の部分文字列の集合を表すとする．つまり，$\mathrm{sub}(w) = \{y \in \Sigma^* \mid \exists x, z \in \Sigma^*, w = xyz\}$ とする．また，空文字列を ε とする．Σ 上のスターフリー言語を，以下によって再帰的に定義する．

(i) $\emptyset$, $\{\varepsilon\}$, $\{a\}$, $\{b\}$ はそれぞれスターフリー言語である．

(ii) R, S がそれぞれスターフリー言語であるとき，和集合 $R \cup S$，連接 $R \cdot S$，及び Σ^* に関する補集合 $\overline{R}$ はそれぞれスターフリー言語である．

(iii) (i) および (ii) で定まる言語だけがスターフリー言語である．

例えば，T, U, V が Σ 上の有限言語であるとき，$L_1 = \overline{T} \cup \overline{(\overline{U} \cdot V)}$ と $L_2 = \Sigma^* = \overline{\emptyset}$ はどちらもスターフリー言語である．ここで，次の Σ 上の各言語を考える．

$$L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid aba \notin \mathrm{sub}(w)\}$$
$$L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid \mathrm{sub}(w) \cap \{aa, bb\} = \emptyset\}$$
$$L_5 = \{ab\}^* = \{(ab)^k \in \Sigma^* \mid k \geq 0\}$$

以下の各問いに答えよ．

(1) 言語 L_3 を受理する状態数 4 の決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ．

(2) 言語 L_3 がスターフリー言語であることを示せ．

(3) 言語 L_4 を受理する状態数 4 の決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ．

(4) 言語 L_4 がスターフリー言語であることを示せ．

(5) 言語 L_5 がスターフリー言語であることを示せ．

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問２】 アルファベット $\Sigma = \{x, x^{-1}, y, y^{-1}\}$ 上の文字列 w に対し，以下の３種類の操作を考える．

操作１：w 中に $p \in \{xx^{-1}, x^{-1}x\}$ が出現するとき，p の出現の１つを w から取り除く．

操作２：w 中に $p \in \{yy^{-1}, y^{-1}y\}$ が出現するとき，p の出現の１つを w から取り除く．

操作３：w 内の連続する 2 つの文字を入れ替える．

ε は空文字列を表すとし，次の各言語を考える．

$$L_1 = \left\{ w \in \{x, x^{-1}\}^* \;\middle|\; \begin{array}{l}\text{操作 1 を適用することを 0 回以上繰り返すことで} \\ w \text{ から } \varepsilon \text{ が得られる}\end{array} \right\}$$

$$L_2 = \left\{ w \in \{x, x^{-1}\}^* \;\middle|\; \begin{array}{l}\text{操作 1 を適用することを 0 回以上繰り返すことで } w \text{ から} \\ x \text{ のみからなる偶数長の文字列（}\varepsilon \text{ を含む）が得られる}\end{array} \right\}$$

$$L_3 = \left\{ w \in \Sigma^* \;\middle|\; \begin{array}{l}\text{操作 1，2 のいずれかを適用することを 0 回以上} \\ \text{繰り返すことで } w \text{ から } \varepsilon \text{ が得られる}\end{array} \right\}$$

$$L_4 = \left\{ w \in \Sigma^* \;\middle|\; \begin{array}{l}\text{操作 1，2，3 のいずれかを適用することを 0 回以上} \\ \text{繰り返すことで } w \text{ から } \varepsilon \text{ が得られる}\end{array} \right\}$$

言語 L_1，L_2，L_3，L_4 のそれぞれについて，

- 文脈自由であれば，それを生成する文脈自由文法の生成規則の集合を与えよ．ただし，非終端記号の集合を $\{S\}$ とし，開始記号を S とする．
- 文脈自由でなければ，そのことを示せ．このとき，以下の補題を用いてもよい．

文脈自由言語の反復補題. L を文脈自由言語とする．ある整数 $n \geq 1$ が存在して，w が長さ n 以上の L の文字列ならば，以下を満たす部分文字列 s，t，u，v，z を用いて，$w = stuvz$ と書ける．
(1) tuv の長さは n 以下．(2) $tv \neq \varepsilon$．(3) 任意の整数 $i \geq 0$ に対して，$st^iuv^iz \in L$.

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

C. 【Automata and formal languages】

Answer the following questions (【Q1】, 【Q2】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on the answer sheet.

【Q1】 For a string w over the alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, $\mathrm{sub}(w)$ denotes the set of substrings of w, that is, $\mathrm{sub}(w) = \{y \in \Sigma^* \mid \exists x, z \in \Sigma^*, w = xyz\}$. Let ε be the empty string. We define star-free languages over Σ recursively as follows:

(i) $\emptyset$, $\{\varepsilon\}$, $\{a\}$, and $\{b\}$ are star-free languages.

(ii) If R and S are star-free languages, then the union $R \cup S$, the concatenation $R \cdot S$, and the complement $\overline{R}$ in Σ^* are star-free languages.

(iii) Only the languages derived by (i) and (ii) are star-free languages.

For example, for finite languages T, U, and V over Σ, $L_1 = \overline{T} \cup \overline{(\overline{U} \cdot V)}$ and $L_2 = \Sigma^* = \overline{\emptyset}$ are both star-free languages. Consider the following languages over Σ:

$$L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid aba \notin \mathrm{sub}(w)\},$$
$$L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid \mathrm{sub}(w) \cap \{aa, bb\} = \emptyset\},$$
$$L_5 = \{ab\}^* = \{(ab)^k \in \Sigma^* \mid k \geq 0\}.$$

Answer the following questions.

(1) Draw a state transition diagram of a deterministic finite automaton that accepts L_3 and has four states.

(2) Show that L_3 is a star-free language.

(3) Draw a state transition diagram of a deterministic finite automaton that accepts L_4 and has four states.

(4) Show that L_4 is a star-free language.

(5) Show that L_5 is a star-free language.

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 For a string w over the alphabet $\Sigma = \{x, x^{-1}, y, y^{-1}\}$, consider the three following operations:

Operation 1: If $p \in \{xx^{-1}, x^{-1}x\}$ occurs in w, then remove an occurrence of p from w.

Operation 2: If $p \in \{yy^{-1}, y^{-1}y\}$ occurs in w, then remove an occurrence of p from w.

Operation 3: Swap two consecutive characters in w.

Let ε denote the empty string and consider the following languages:

$$L_1 = \left\{ w \in \{x, x^{-1}\}^* \;\middle|\; \begin{array}{l}\text{By repeating an application of Operation 1}\\ \text{zero or more times, we can create } \varepsilon \text{ from } w\end{array} \right\},$$

$$L_2 = \left\{ w \in \{x, x^{-1}\}^* \;\middle|\; \begin{array}{l}\text{By repeating an application of Operation 1}\\ \text{zero or more times, we can create a string of even length}\\ \text{consisting only of } x \text{ (including } \varepsilon) \text{ from } w\end{array} \right\},$$

$$L_3 = \left\{ w \in \Sigma^* \;\middle|\; \begin{array}{l}\text{By repeating an application of any one of Operations}\\ \text{1 or 2 zero or more times, we can create } \varepsilon \text{ from } w\end{array} \right\},$$

$$L_4 = \left\{ w \in \Sigma^* \;\middle|\; \begin{array}{l}\text{By repeating an application of any one of Operations}\\ \text{1, 2, or 3 zero or more times, we can create } \varepsilon \text{ from } w\end{array} \right\}.$$

For each of the languages L_1, L_2, L_3, and L_4,

- if it is context-free, give production rules of a context-free grammar that generates the language, with the set of non-terminal symbols $\{S\}$ and start symbol S;
- otherwise, show that it is not context-free. In this case, you may use the following lemma:

  Pumping lemma for context-free languages. Let L be a context-free language. Then there exists some integer $n \geq 1$ such that if w is a string in L of length at least n, we can write $w = stuvz$ with substrings s, t, u, v, and z that satisfy the following properties:
  (1) The length of tuv is at most n, (2) $tv \neq \varepsilon$, and (3) $st^iuv^iz \in L$ for every integer $i \geq 0$.

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

D. 【電磁気学分野】

次の【問１】，【問２】に答えよ．解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること．

【問 1】　真空の誘電率を ε_0 とする．以下の各問に答えよ．

(1) 図 1 に示すように，x 軸上の点 $x = \delta/2$ に存在する電荷 Q と x 軸上の点 $x = -\delta/2$ に存在する電荷 $-Q$ による電気双極子を考える．この電気双極子による電気双極子モーメントの大きさ M は，$M = Q\delta$ で与えられ，原点 O から距離 r だけ離れた点 P の位置での電位は，$M\cos\theta\,/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$ と表すことができる．ここで，θ は，x 軸正の向きに対する $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ の反時計回りの角であり，$r \gg \delta$ とする．この電気双極子による点 P での電界の r 方向成分 E_r および θ 方向成分 E_θ を $\varepsilon_0, M, r, \theta$ を用いて表せ．

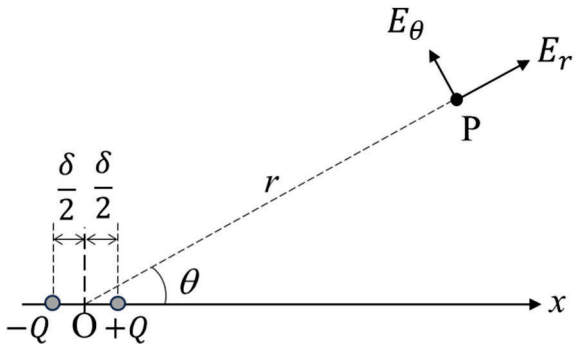


図 1

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

次に，図 2 に示すように，半径 R_1の球 1 が真空中にある場合を考える．ただし，球 1 の中心を原点 O とし，球 1 の右半分 $(x \geq 0)$ は一様な電荷密度$+\rho_1$の電荷で，左半分 $(x \leq 0)$ は一様な電荷密度$-\rho_1$の電荷で満たされている．

(2) 球 1 から十分遠い点から見たとき，球 1 は，原点 O に位置する電気双極子とみなすことができる．このことを利用して，球 1 の領域 $h \leq x \leq h + \Delta h$ の正電荷と，領域 $-h - \Delta h \leq x \leq -h$ の負電荷が作る電気双極子モーメントの大きさを求めよ．ただし，$0 \leq h \leq R_1$，$\Delta h \ll h$とする．
(3) 球 1 の全電荷による電気双極子モーメントの大きさ M_1と向きを答えよ．また，$(x, y, z) = (R_0, 0, 0)$ の位置での電界の大きさを答えよ．ただし，$R_0 \gg R_1$とする．
(4) 球 1 とは別に，半径 R_2の球 2 がある場合を考える．球 2 の中心は$(x, y, z) = (R, 0, 0)$に固定されており，初め，球 2 の右半分 $(x \geq R)$ は一様な電荷密度$+\rho_2$の電荷で，左半分 $(x \leq R)$ は一様な電荷密度$-\rho_2$の電荷で満たされている．この状態から，正電荷が $y \geq 0$ の領域に，負電荷が $y \leq 0$ の領域に存在するように，球 2 を回転させるのに必要な仕事を $\varepsilon_0, M_1, R, \rho_2, R_2$ を用いて表せ．ただし，$R \gg R_1, R_2$とする．

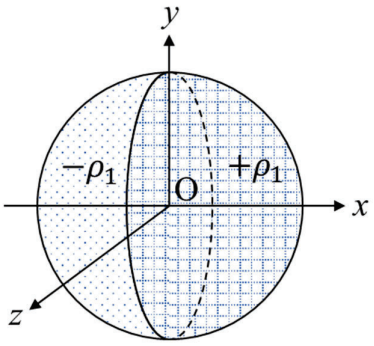
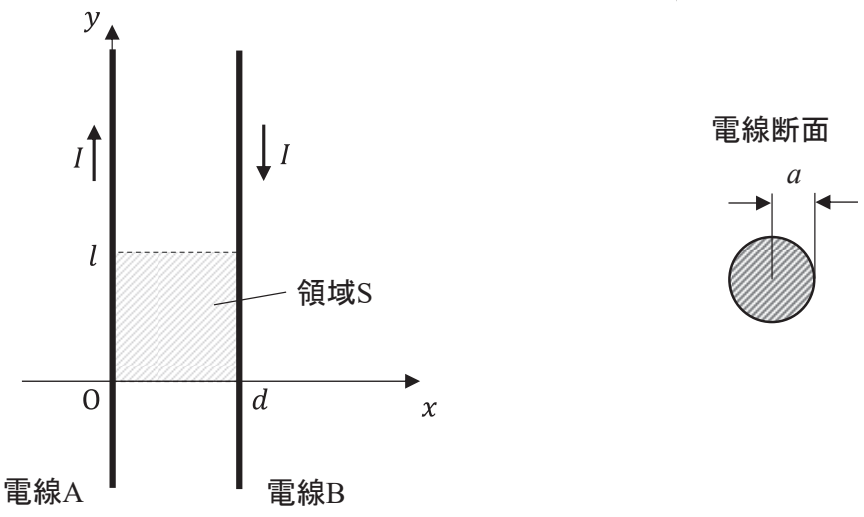


図 2

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問 2】 図 3 (a) に示すように，無限長の電線 A および B が真空中に置かれている．電線 A と B はともに x-y 平面内で y 軸に平行に保たれ，それらの中心軸はそれぞれ $x = 0$ および $x = d$ の位置に固定されている．図 3 (b) に示すように，2 本の電線の断面は円形であり，その半径はともに a である．これらの電線に，大きさが等しく反対向きの電流 I を流した．真空の透磁率は μ_0 とする．また，$d \gg a$ とする．

(1) 電流が電線表面のみに一様に流れている場合を考える．x-y 平面内での $x = r$ における磁束密度の大きさを求めよ．ただし，$a \leq r \leq d - a$ とする．
(2) (1)の場合において，x-y 平面内の $a \leq x \leq d - a$ および $0 \leq y \leq l$ で表される領域 S を貫く磁束の大きさを求めよ．また，電線 A と B からなる往復線路の単位長さ当たりの自己インダクタンスを求めよ．
(3) 次に，電流が両電線内部に一様に流れている場合について考える．電線 A に流れている電流が電線 A 内の $x = r$ $(0 \leq r \leq a)$ の位置に作る磁束密度の大きさを求めよ．
(4) (3)の場合において，電線 A の内部インダクタンスを求めよ．
(5) (3)の場合において，電線 A と B からなる往復線路の単位長さ当たりの自己インダクタンスを求めよ．



(a)　　(b)

図 3

専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

白 紙
Blank Page

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

D. 【Electromagnetism】

Answer the following questions (Question 1, Question 2). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on the answer sheet.

[Question 1] The electrical permittivity of vacuum is ε_0. Answer the following questions.

(1) Consider an electric dipole, which consists of an electric charge Q at the point $x = \delta/2$ on the x-axis and an electric charge $-Q$ at the point $x = -\delta/2$ on the x-axis as shown in Fig. 1. The magnitude of the electric dipole moment due to this electric dipole, M, is given by $M = Q\delta$, and the electric potential at a point P due to this electric dipole is given by $M\cos\theta\,/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$. Here, OP $= r$, θ is the counterclockwise angle of the $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ with respect to the positive direction of x-axis, and $r \gg \delta$. Express the r-component of the electric field, E_r, and the θ-component of the electric field, E_θ, with $\varepsilon_0, M, r, \theta$.

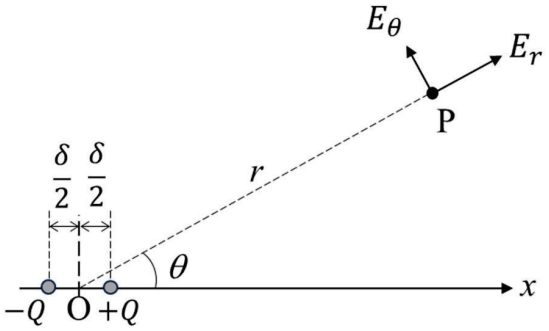


Fig. 1

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Next, consider the case where Sphere 1 with radius R_1, is in vacuum as shown in Fig. 2. Here, the center of Sphere 1 is at the origin O, the right half of Sphere 1 $(x \geq 0)$ is filled with uniform electric charge density $+\rho_1$, and the left half of Sphere 1 $(x \leq 0)$ is filled with uniform electric charge density $-\rho_1$.

(2) Observing Sphere 1 from a point far enough away, Sphere 1 can be regarded as the electric dipole placed at the origin O. Using this, show the magnitude of the electric dipole moment due to the positive charges of Sphere 1 within the region $h \leq x \leq h + \Delta h$ and the negative charges of Sphere 1 within the region $-h - \Delta h \leq x \leq -h$. Here, $0 \leq h \leq R_1$ and $\Delta h \ll h$.

(3) Answer the magnitude of the electric dipole moment due to all the charges of Sphere 1, M_1, and the direction. Also, answer the magnitude of the electric field at the point $(x, y, z) = (R_0, 0, 0)$. Here, $R_0 \gg R_1$.

(4) In addition to Sphere 1, consider Sphere 2 with radius R_2, whose center is fixed at the point $(x, y, z) = (R, 0, 0)$. In the initial state, the right half of Sphere 2 $(x \geq R)$ is filled with uniform electric charge density $+\rho_2$, and the left half of Sphere 2 $(x \leq R)$ is filled with uniform electric charge density $-\rho_2$. Express the work with $\varepsilon_0, M_1, R, \rho_2, R_2$ required to rotate Sphere 2 from the initial state to the state such that the positive charges are in the region $y \geq 0$ and the negative charges are in the region $y \leq 0$. Here, $R \gg R_1, R_2$.

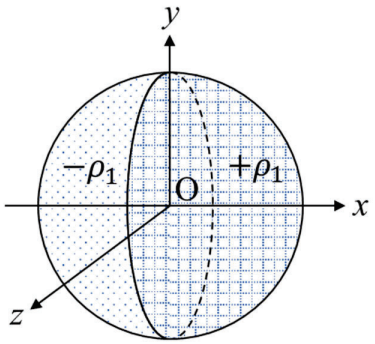
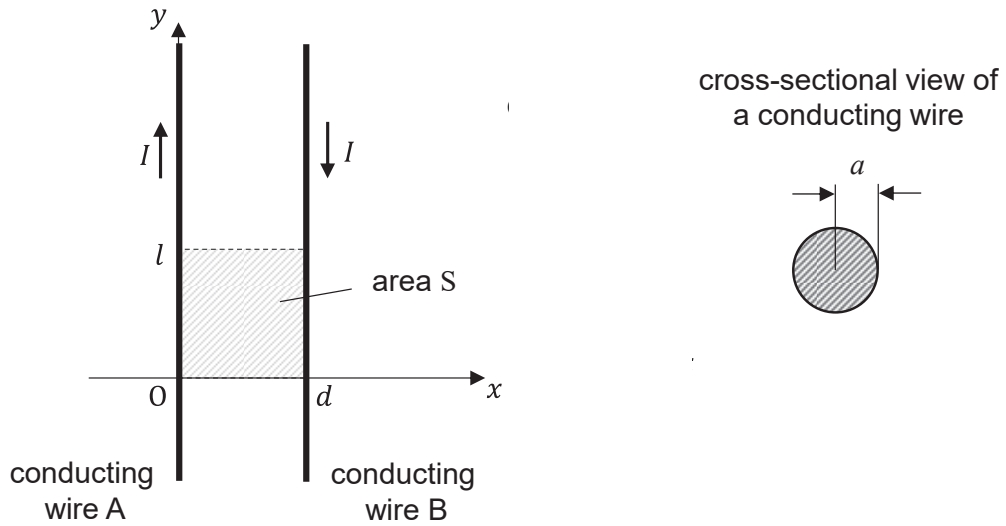


Fig. 2

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

[Question 2] As shown in Fig. 3 (a), infinitely long conducting wires A and B are placed in vacuum. Both wires A and B are kept in the x-y plane parallel to y-axis, with their central axes fixed along at positions $x = 0$ and $x = d$, respectively. As shown in Fig. 3 (b), the cross-section of each conducting wire is circular shape of radius a. Currents of equal magnitude but opposite direction, I, flow through these wires. The permeability of vacuum is μ_0. Assume that $d \gg a$.

(1) Consider the case where the currents flow uniformly only on the surfaces of the wires. Find the magnitude of the magnetic flux density at $x = r$ in the x-y plane. Here, $a \leq r \leq d - a$.
(2) In the case of (1), find the magnitude of the magnetic flux passing through the area S defined by $a \leq x \leq d - a$ and $0 \leq y \leq l$ in the x-y plane. Find the self-inductance of a unit length of the two conducting wires A and B.
(3) Next, consider the case where the currents flow uniformly inside the conducting wires. Find the magnitude of the magnetic flux density at $x = r$ $(0 \leq r \leq a)$ inside conducting wire A due to the current flowing through conducting wire A itself.
(4) In the case of (3), find the internal inductance of conducting wire A.
(5) In the case of (3), find the self-inductance of a unit length of the two conducting wires A and B.



(a)　　(b)

Fig. 3

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

白 紙
Blank Page

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

E. 【アルゴリズム分野】

次の【問 1】，【問 2】に答えよ．解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること．

【問１】配列 $A[0..A.length-1]$ が以下の **min-heap** 条件を満たすとき，配列 A は **min-heap** であるという（ただし，$A.length$ は配列 A が含む要素数）．

$$A[\mathrm{Parent}(i)] \leq A[i] \qquad (1 \leq i \leq A.length - 1)$$

なお，$\mathrm{Parent}(i)$ は，i に対して下記に示す計算を行った結果を表す．

```
Parent(i)
    return ⌊(i − 1)/2⌋
```

ただし，$\lfloor x \rfloor$ は x 以下の最大の整数を表す．さらに，配列 A を **min-heap** 条件を満たすように変換する手続き BuildMinHeap や，BuildMinHeap に関連するその他の手続きが下記の通り示されている．

```
Left(i)
    return 2i + 1
Right(i)
    return 2i + 2
BuildMinHeap(A)
    for i ← (⌊A.length/2⌋ −1) downto 0
        MinHeapify(A, i, A.length)
        print i and all elements in A
MinHeapify(A, i, s)
    l ← Left(i)
    r ← Right(i)
    smallest ← i
    if l < s and A[l] < A[i]
        smallest ← l
    if r < s and A[r] < A[smallest]
        smallest ← r
    if smallest ≠ i
        exchange A[i] with A[smallest]
        MinHeapify(A, smallest, s)
```

専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

次の問いに答えよ．

(1) 配列 A=(0, 3, 10, 6, 7, 8, 12) は **min-heap** 条件を満たすか否かを述べよ．また，その理由を述べよ．

(2) 配列 A=(12, 18, 14, 10, 3, 7) に対して，手続き BuildMinHeap を実行した時の出力を示せ．

(3) 以下の 空欄 (A)，空欄 (B)，空欄 (C)，空欄 (D) を埋め，配列 A をヒープソートで降順にソートする手続き HeapSort を完成せよ．

```
HeapSort(A)
    BuildMinHeap(A)
    s ← A.length
    for i = 空欄 (A) downto 1
        exchange A[ 空欄 (B) ] with A[ 空欄 (C) ]
        s = s − 1
        MinHeapify(A, 空欄 (D), s)
```

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問２】数直線上の任意の位置に置かれたターゲットを発見したい．原点から探索者が探索を開始する以下の 2 つの探索アルゴリズムについて考える．数直線を x 軸とする．探索者は x 軸上を移動し，ターゲットが置かれた位置に到達すると，直ちに停止し現在位置の x 座標を返す．この時，探索者はターゲットを発見したと見なす．

SEARCHER_ALGORITHM_1

$i \leftarrow 1$
while (true)
　原点から $x = (-1)^{i+1} \cdot i$ まで移動する．移動途中にターゲットが置かれた位置に到達すると，直ちに停止し **break**
　原点に戻る
　$i \leftarrow i + 1$
return (現在位置の x 座標)

SEARCHER_ALGORITHM_2

$i \leftarrow 1$
while (true)
　原点から $x = (-1)^{i+1} \cdot 2^i$ まで移動する．移動途中にターゲットが置かれた位置に到達すると，直ちに停止し **break**
　原点に戻る
　$i \leftarrow i + 1$
return (現在位置の x 座標)

図 1 にターゲットが $x = -1.5$ に置かれている時の SEARCHER_ALGORITHM_1 による探索者の移動軌跡を示す．

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

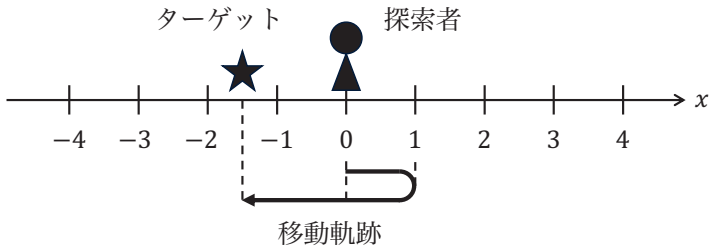


図 1: Searcher_Algorithm_1 による探索者の移動軌跡

ターゲットの位置と原点の間の距離を d とし，ターゲットを発見するまでに探索者が移動する軌跡の長さを D とする．次の問いに答えよ．

(1) ターゲットが $x = 3$ に置かれた時の D の値を 2 つの探索アルゴリズムそれぞれについて答えよ．

(2) Searcher_Algorithm_1 における，D の d に対する比を考える．ターゲットが区間 $[0, 1]$ に置かれている場合，探索者は距離 d だけ移動してターゲットを発見する．したがって，D の d に対する比は 1 である．以下では，この区間以外にターゲットが置かれた場合について考える．

ターゲットの位置の x 座標が正の場合を考える．$2k + 1 < d \leq 2k + 3$ を満たす非負の整数 k に対して，探索者は $1, -2, 3, -4, \ldots, 2k + 1, -(2k + 2)$ で折り返しながら移動し，原点から $(2k + 3)$ へ向けて移動する途中でターゲットを発見する．

ターゲットの位置の x 座標が負の場合を考える．$2k < d \leq 2k + 2$ を満たす非負の整数 k に対して，探索者は $1, -2, 3, -4, \ldots, -2k, 2k + 1$ で折り返しながら移動し，原点から $-(2k + 2)$ へ向けて移動する途中でターゲットを発見する．

ターゲットの位置の x 座標の正負を無視すれば，$\ell < d \leq \ell + 2$ を満たす非負の整数 ℓ に対して，探索者がターゲットを発見するまでに移動する軌跡の長さ D は

$$
\begin{aligned}
D &= \sum_{i=1}^{\ell+1} 2i + d \\
&= \boxed{\text{空欄 (A)}} \\
&= \boxed{\text{空欄 (B)}}.
\end{aligned}
$$

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

したがって，目的の比は

$$\frac{D}{d} = \frac{\boxed{\text{空欄 (A)}}}{d} = \boxed{\text{空欄 (C)}}$$

である．

$\boxed{\text{空欄 (A)}}$, $\boxed{\text{空欄 (B)}}$, $\boxed{\text{空欄 (C)}}$ を埋めよ．ただし，$\boxed{\text{空欄 (B)}}$, $\boxed{\text{空欄 (C)}}$ は d に関する O 表記で答えよ．

(3) Searcher_Algorithm_2 における，D の d に対する比を d に関する O 表記で答えよ．その導出過程も答えよ．

専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

白 紙
Blank Page

専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

E. 【Algorithms】

Answer the following questions (【Q1】, 【Q2】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on the answer sheet.

【Q1】 When array $A[0..A.length-1]$ satisfies the following **min-heap** property, array A is called a **min-heap**, where $A.length$ means the number of elements included in array A.

$$A[\mathrm{Parent}(i)] \leq A[i] \qquad (1 \leq i \leq A.length - 1)$$

Note that $\mathrm{Parent}(i)$ represents the result of the following calculation for i and $\lfloor x \rfloor$ represents the greatest integer less than or equal to x.

```
Parent(i)
    return ⌊(i − 1)/2⌋
```

In addition, the procedure BuildMinHeap, which transforms array A to satisfy the **min-heap** property, as well as the other procedures related to BuildMinHeap, are shown below.

```
Left(i)
    return 2i + 1

Right(i)
    return 2i + 2

BuildMinHeap(A)
    for i ← (⌊A.length/2⌋ −1) downto 0
        MinHeapify(A, i, A.length)
        print i and all elements in A

MinHeapify(A, i, s)
    l ← Left(i)
    r ← Right(i)
    smallest ← i
    if l < s and A[l] < A[i]
        smallest ← l
    if r < s and A[r] < A[smallest]
        smallest ← r
```

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

---

if $smallest \neq i$
　exchange $A[i]$ with $A[smallest]$
　MinHeapify(A, $smallest$, s)

Answer the following questions.

(1) Answer whether or not the array A=(0, 3, 10, 6, 7, 8, 12) satisfies the **min-heap** property. Also, describe the reason.

(2) Show the output when the procedure BuildMinHeap is executed for the array A=(12, 18, 14, 10, 3, 7).

(3) Fill in the following Blank(A), Blank(B), Blank(C), and Blank(D) to complete the procedure HeapSort, which sorts elements in array A in descending order using heap sort.

HeapSort(A)
　BuildMinHeap(A)
　$s \leftarrow A.length$
　for $i =$ Blank(A) downto 1
　　exchange $A[$ Blank(B) $]$ with $A[$ Blank(C) $]$
　　$s = s - 1$
　　MinHeapify(A, Blank(D), s)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 We want to find a target placed at an arbitrary location on the number line. We consider the following two search algorithms, where the searcher starts from the origin. The number line is considered as the x-axis. The searcher moves on the x-axis and when it reaches the location of the target, it immediately stops and returns the x coordinate of the current location. We consider that at this time the searcher finds the target.

SEARCHER_ALGORITHM_1

$i \leftarrow 1$

while (true)

Move from the origin to $x = (-1)^{i+1} \cdot i$. During the movement, on reaching the location of the target, stop immediately and **break**.

Go back to the origin.

$i \leftarrow i + 1$

return (x coordinate of the current location)

SEARCHER_ALGORITHM_2

$i \leftarrow 1$

while (true)

Move from the origin to $x = (-1)^{i+1} \cdot 2^i$. During the movement, on reaching the location of the target, stop immediately and **break**.

Go back to the origin.

$i \leftarrow i + 1$

return (x coordinate of the current location)

Figure 1 shows the trajectory of the searcher with SEARCHER_ALGORITHM_1 when the target is placed at $x = -1.5$.

専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

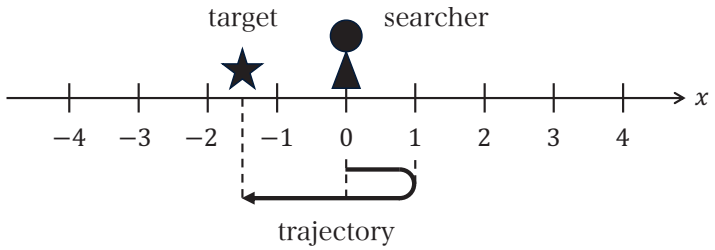


Figure 1: Trajectory of the searcher with Searcher_Algorithm_1

Let d be the distance between the location of the target and the origin and D be the length of the trajectory that the searcher travels until it finds the target. Answer the following questions.

(1) Answer the value of D for each of the two search algorithms when the target is placed at $x = 3$.

(2) We consider the ratio of D to d by Searcher_Algorithm_1. When the target is placed in interval $[0, 1]$, the searcher finds the target after it travels a distance d. Hence, the ratio of D to d is 1. In the following, we consider other locations of the target.

When the x coordinate of the target's location is positive, for non-negative integer k that satisfies $2k + 1 < d \leq 2k + 3$, the searcher moves with turning at $1, -2, 3, -4, \ldots, 2k+1, -(2k+2)$. It finds the target while it moves from the origin toward $(2k + 3)$.

When the x coordinate of the target's location is negative, for non-negative integer k that satisfies $2k < d \leq 2k+2$, the searcher moves with turning at $1, -2, 3, -4, \ldots, -2k, 2k + 1$. It finds the target while it moves from the origin toward $-(2k + 2)$.

We ignore whether the x coordinate of the target's location is positive or negative. Let ℓ be a non-negative integer that satisfies $\ell < d \leq \ell + 2$. The length D of the

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

---

trajectory that the searcher travels until it finds the target is

$$\begin{aligned} D &= \sum_{i=1}^{\ell+1} 2i + d \\ &= \boxed{\text{Blank (A)}} \\ &= \boxed{\text{Blank (B)}}. \end{aligned}$$

Hence, the ratio is

$$\begin{aligned} \frac{D}{d} &= \frac{\boxed{\text{Blank (A)}}}{d} \\ &= \boxed{\text{Blank (C)}}. \end{aligned}$$

Fill in $\boxed{\text{Blank (A)}}$, $\boxed{\text{Blank (B)}}$, and $\boxed{\text{Blank (C)}}$. Answer $\boxed{\text{Blank (B)}}$ and $\boxed{\text{Blank (C)}}$ in O-notation with respect to d.

(3) Answer the ratio of D to d by SEARCHER_ALGORITHM_2 in O-notation with respect to d, together with its derivation process.

専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

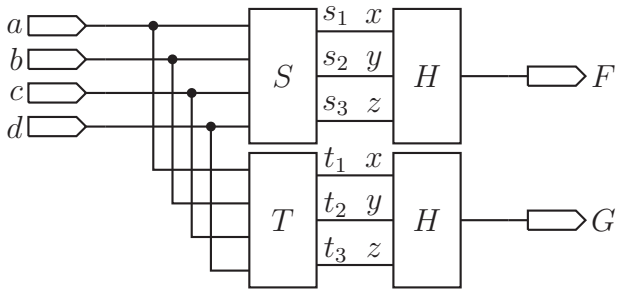
白 紙
Blank Page

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

F. 【計算機アーキテクチャ分野】

次の【問 1】，【問 2】，【問 3】に答えよ．解答用紙に選択分野名と問題番号を記入すること．

【問 1】以下の真理値表で示される論理関数 $F(a,b,c,d)$ と $G(a,b,c,d)$ について考える．下図の様に，部分回路 H および S，T を用いた論理回路を仮定する．部分回路 S の出力の論理関数 s_1，s_2，s_3，部分回路 T の出力の論理関数 t_1，t_2，t_3 が以下の様な真理値表で表される時，部分回路 H の出力を表す論理関数 $H(x,y,z)$ の最簡積和形を示せ．ただし，論理関数の最簡積和形とはその論理関数を表す積和形論理式のうち，積項数が最小のものを指す．積項数が最小の積和形論理式が複数ある場合には，そのなかでリテラル数が最小のものを指す．



専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

---

a	b	c	d	F	G
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	$*$	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	$*$	1
0	1	1	0	0	$*$
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	$*$	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	$*$
1	0	1	1	0	$*$
1	1	0	0	0	$*$
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0

a	b	c	d	s_1	s_2	s_3	t_1	t_2	t_3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問 2】 5 つのステージからなるパイプライン型データパスを有するインオーダ・マイクロプロセッサについて考える．実装されたパイプラインステージは，IF（命令取得），ID（命令デコード），EX（実行），MEM（メモリアクセス），ならびに，WB（ライトバック）である．加算命令，ロードワード命令，ノーオペレーション命令の実行における各ステージの処理内容は以下の表に従う．ここで，パイプラインストールの発生を除き，各パイプラインステージの実行は常に 1 クロックサイクルで完了できると仮定する．また，WB ステージでレジスタに書き込まれた値は，同一クロックサイクルにて，後続命令の ID ステージで読み出し可能である．なお，各クロックサイクルにおいて，最大で 1 個の命令を発行可能とする．

パイプライン型データパスの動作

ステージ	加算命令 `add $x, $y, $z`	ロードワード命令 `lw $x, offset($y)`	ノーオペレーション命令 `nop`
IF	メモリより実行すべき命令を取得し，次命令取得のためにプログラム・カウンタを更新.		
ID	取得した命令の解読．レジスタファイルからレジスタ `$y` ならびに `$z` を読み出し.	取得した命令の解読．レジスタファイルからレジスタ `$y` を読み出し.	取得した命令の解読.
EX	レジスタファイルから読み出した `$y` と `$z` の内容を加算.	レジスタファイルから読み出した `$y` の内容と offset を加算しメモリアドレスを生成.	特に無し.
MEM	特に無し（加算結果を WB ステージへ転送）.	EX ステージで生成したメモリアドレスに対応するワードデータをデータメモリから読み出し.	特に無し.
WB	加算結果をレジスタファイル内のレジスタ `$x` に書き込み.	データメモリから読み出したデータをレジスタファイル内のレジスタ `$x` に書き込み.	特に無し.

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

ここで，以下のアセンブリプログラム (A) の実行について考える．

アセンブリプログラム (A)

```
add $3, $5, $5
add $6, $4, $3
 lw $2, 40($6)
add $3, $1, $1
add $6, $7, $3
 lw $9, 40($6)
add $4, $9, $2
```

以下の各問に答えよ．

(1) データハザードを回避するためのハードウェア機構はこのマイクロプロセッサに搭載されていないと仮定する．上記のアセンブリプログラム (A) に対し，nop 命令を挿入することのみで全てのデータハザードを回避する．必要となる最小の nop 命令数を答えよ．

(2) データハザードを回避するためのハードウェア機構としてパイプラインストールのみを実装した．アセンブリプログラム (A) の実行に要するクロックサイクル数を答えよ．

(3) データハザードを回避するためのハードウェア機構としてパイプラインストールとデータフォワーディング（MEM ならびに WB ステージから EX ステージへ）を実装した．アセンブリプログラム (A) の実行に要するクロックサイクル数を答えよ．

(4) アセンブリプログラム (A) の実行において，(2) の実装に対する (3) の実装の性能向上率を答えよ．ただし，動作周波数は同じと仮定する．

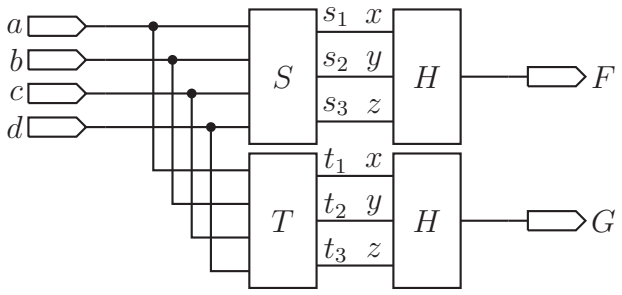
【問 3】 キャッシュメモリを有するマイクロプロセッサを考える．マイクロプロセッサがキャッシュメモリにあるデータを書き換えたとき，当該データをメインメモリに書き戻す必要がある．メインメモリに書き戻す方法である「ライトスルー」方式と「ライトバック」方式についてそれぞれ説明し，利点と欠点を述べよ．

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

F. 【Computer architecture】

Answer the following questions (【Q1】, 【Q2】, 【Q3】). Make sure to specify the selected field and the corresponding question number on the answer sheet.

【Q1】 Let us consider the logic functions $F(a, b, c, d)$ and $G(a, b, c, d)$ shown in the following truth table. Suppose a logic circuit in the figure below is composed of subcircuits H, S, and T. The logic functions s_1, s_2, and s_3 of outputs from the subcircuit S, and the logic functions t_1, t_2, and t_3 of outputs from the subcircuit T, are defined by the truth table shown below. Show the minimum sum of products form of the logic function $H(x, y, z)$, which represents the output of the subcircuit H. The minimum sum of products form of a logic function means form having the smallest number of product terms among those which represent the function. If there are two or more forms having the smallest number of product terms, forms having the smallest number of product terms with the smallest number of literals are chosen as the minimum forms.



専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

---

a	b	c	d	F	G
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	$*$	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	$*$	1
0	1	1	0	0	$*$
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	$*$	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	$*$
1	0	1	1	0	$*$
1	1	0	0	0	$*$
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0

a	b	c	d	s_1	s_2	s_3	t_1	t_2	t_3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 Let us consider an in-order microprocessor that has a 5-stage pipelined datapath. The implemented pipeline stages are IF (Instruction Fetch), ID (Instruction Decode), EX (EXecution), MEM (MEMory access), and WB (Write Back). The operations in each stage for three instructions, Add, Load Word, and No-Operation, are defined in the following table. Assume that the operations in each pipeline stage can be completed in one clock cycle except for pipeline stalls. The data written to a register in the WB stage of an instruction can be read in the ID stage of a subsequent instruction in the same clock cycle. In each clock cycle, at most one instruction can be issued.

Operations of the pipelined datapath

Stage	Add `add $x, $y, $z`	Load Word `lw $x, offset($y)`	No-Operation `nop`
IF	Fetch an instruction from the memory and update the program counter for fetching the next instruction.		
ID	Decode the fetched instruction. Read registers `$y` and `$z` from the register file.	Decode the fetched instruction. Read register `$y` from the register file.	Decode the fetched instruction.
EX	Add the contents of `$y` and `$z` read from the register file.	Add the contents of `$y` read from the register file and the offset to form a memory address.	None.
MEM	None (transfer the calculation result to the WB stage).	Read the word data from the memory associated with the address generated in the EX stage.	None.
WB	Write the calculated result to register `$x` in the register file.	Write the data read from the memory to register `$x` in the register file.	None.

専 門 科 目 (Specialized subjects)

6 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Here, we consider executions of Assembly-Program(A).

```
 Assembly-Program(A)
add $3, $5, $5
add $6, $4, $3
 lw $2, 40($6)
add $3, $1, $1
add $6, $7, $3
 lw $9, 40($6)
add $4, $9, $2
```

Answer the following questions.

(1) Assume no hardware supports to solve the data hazards are implemented in the microprocessor. Consider only inserting "`nop`" instructions into Assembly-Program(A) to solve all data hazards. Answer the minimum number of "`nop`" instructions required.

(2) Assume only the hardware support of pipeline stalls for solving the data hazards is implemented. Answer the number of clock cycles required to execute Assembly-Program(A).

(3) Assume the hardware supports of pipeline stalls and the data forwarding mechanism (from the MEM and WB stages to the EX stage) for solving the data hazards are implemented. Answer the number of clock cycles required to execute Assembly-Program(A).

(4) Answer the performance improvement rate of the implementation in (3) relative to that in (2) for the execution of Assembly-Program(A) by assuming the same clock frequency for them.

【Q3】 Consider a microprocessor with a cache memory. When the microprocessor updates data in the cache memory, it must write back the data to the main memory. Explain the "write-through" and "write-back" methods of writing back to the main memory and the advantages and disadvantages of these methods.