九州大学大学院システム情報科学府

電気電子工学専攻

令和４年度入学試験問題

【令和３年８月３０日（月）、３１日（火）】

令和４年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和３年８月３０日）

数 学 (Mathematics)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は,『始め』の合図があるまで開いてはならない.
   Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め５枚，解答用紙は３枚つづり (1 分野につき１枚) である.
   You are given 5 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).

3. 線形代数，解析学・微積分の 2 分野に加えて，ベクトル解析および確率・統計から 1 分野を選択し，合計 3 分野について解答すること．選んだ分野毎に解答用紙を別にすること.
   Answer three fields in total, including Linear algebra and Analysis and calculus, and either Vector analysis or Probability and statistics. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	解析学・微積分	Analysis and calculus	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	確率・統計	Probability and statistics	5

4. 解答用紙の全部に，専攻名，受験番号および氏名を記入すること．３枚目の解答用紙については，選択した分野番号（3 または 4）を〇で囲むこと.
   Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, your examinee number and your name. Mark the selected field number (3 or 4) with a circle on the third answer sheet.

5. 解答は解答用紙に記入すること．スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること.
   Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

6. 解答は，日本語，英語のいずれかで記入すること.
   Your answers must be written in Japanese or English.

数 学 (Mathematics)

分野毎に解答用紙を別にすること．
Use a separate answer sheet for each field.

---

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

n 次元ユークリッド空間上の $n+1$ 個の点 $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \ldots, \boldsymbol{p}_{n+1} \in \mathbb{R}^n$ に対し，2 点 $\boldsymbol{p}_i, \boldsymbol{p}_j$ 間のユークリッド距離を $d_{i,j} = \|\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j\|$ で表す．ただし，各 $\boldsymbol{p}_i$ は列ベクトルである．また，$g_{i,j} = d_{i,n+1}^2 + d_{j,n+1}^2 - d_{i,j}^2$ $(1 \le i, j \le n)$ を添字順に並べて得られる行列を $G = (g_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ とする．このとき以下の各問いに答えよ．

(1) $n = 2$ とする．以下の 2 つの場合に対して，等式条件を満たす 3 個の点 $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3 \in \mathbb{R}^2$ の組をそれぞれ 1 つ求めよ．

(a) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 1, 1)$

(b) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 2, 3)$

(2) $\boldsymbol{x}_j = \boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{p}_{n+1}$ $(1 \le j \le n)$ とし，$\boldsymbol{x}_j$ を添字順に並べて得られる行列を $X = (\boldsymbol{x}_j) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ とする．(1) で求めた答えに対し，$X^\top X$ をそれぞれ計算せよ．

(3) 一般に G が半正定値であることを示せ．ただし，$n \times n$ 実対称行列 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ が半正定値であるとは，任意のベクトル $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^n$ に対して $\boldsymbol{v}^\top A \boldsymbol{v} \ge 0$ が成り立つことをいう．

For $n+1$ points $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \ldots, \boldsymbol{p}_{n+1} \in \mathbb{R}^n$ in the n-dimensional Euclidean space, let $d_{i,j} = \|\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j\|$ denote the Euclidean distance between two points $\boldsymbol{p}_i$ and $\boldsymbol{p}_j$, where each $\boldsymbol{p}_i$ is a column vector. Let $G = (g_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ be the matrix obtained by arranging $g_{i,j} = d_{i,n+1}^2 + d_{j,n+1}^2 - d_{i,j}^2$ $(1 \le i, j \le n)$ in the index order. Answer the following questions.

(1) Let $n = 2$. For each of the following two cases, find a tuple of three points $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3 \in \mathbb{R}^2$ satisfying the condition:

(a) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 1, 1)$;

(b) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 2, 3)$.

(2) Define $\boldsymbol{x}_j = \boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{p}_{n+1}$ $(1 \le j \le n)$, and let $X = (\boldsymbol{x}_j) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ be the matrix obtained by arranging $\boldsymbol{x}_j$ in the index order. For each of the two answers in (1), calculate $X^\top X$.

(3) Prove that G is positive semidefinite in general, where an $n \times n$ real symmetric matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ is said to be positive semidefinite if $\boldsymbol{v}^\top A \boldsymbol{v} \ge 0$ for every vector $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^n$.

数 学 (Mathematics)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

---

2. 【解析学・微積分 (Analysis and calculus) 分野】

(1) $\mathbb{R}^m$ 上で微分可能な実数値関数 $f(x)$ $(x = (x_1, x_2, ..., x_m))$ について，$x_i = v_i(t)$ $(i = 1, 2, ..., m)$ とおく．ただし，各 v_i は $\mathbb{R}$ 上で微分可能な関数とする．次の各問いに答えよ．

(a) $\dfrac{df}{dt}$ を $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}$ と $\dfrac{dv_i}{dt}$ $(i = 1, 2, ..., m)$ で表せ.

(b) $m = 2$，$f(x) = x_1^2 + x_1x_2 + 2x_2^2$，$v_1(t) = \sin t$，$v_2(t) = e^t$ のとき，$\dfrac{df}{dt}$ を求めよ.

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - 2xy = e^{x^2}$$

(3) 閉曲線 C に沿った複素積分 $\displaystyle\oint_C \frac{\cos z}{(2z-\pi)^3}dz$ を求めよ．ただし，C は円 $|z| = 2$ とする.

(1) For a differentiable function $f(x)$ over $\mathbb{R}^m$ $(x = (x_1, x_2, ..., x_m))$, assume that $x_i = v_i(t)$ $(i = 1, 2, ..., m)$, where each v_i is differentiable over $\mathbb{R}$. Answer the following questions.

(a) Express $\dfrac{df}{dt}$ using $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}$ and $\dfrac{dv_i}{dt}$ $(i = 1, 2, ..., m)$.

(b) Let $m = 2$, $f(x) = x_1^2 + x_1x_2 + 2x_2^2$, $v_1(t) = \sin t$, and $v_2(t) = e^t$. Find $\dfrac{df}{dt}$.

(2) Find the general solution to the following differential equation.

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - 2xy = e^{x^2}.$$

(3) Calculate the complex integral $\displaystyle\oint_C \frac{\cos z}{(2z-\pi)^3}dz$, where the closed contour C is given by a circle $|z| = 2$.

令和４年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻 電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和３年８月３０日）

数 学 (Mathematics)

(5 枚中の 4)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

---

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において，x，y，z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ とする．ベクトル場 $\boldsymbol{F}$ を $\boldsymbol{F} = x\boldsymbol{i} + 2y\boldsymbol{j} + 10z\boldsymbol{k}$ とする．次の面 S_1，S_2 及び S_3 に対する面積分を計算せよ．

(1) S_1 を円筒面 $x^2 + z^2 = 1$ $(0 \leq y \leq 4)$ とする (上面と底面の無い円筒の表面)．円筒外向き法線ベクトルを用いよ．

(2) S_2 を円筒面の一部 $x^2 + z^2 = 1$ $(0 \leq y \leq 4,\ 0 \leq z)$ と長方形面 $z = 0$ $(-1 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 4)$ からなる半円筒面とする (上面と底面の無い半円筒の表面)．半円筒外向き法線ベクトルを用いよ．

(3) S_3 を円筒面 $x^2 + z^2 = 1$ と，平面 $z = 0$，$y = 0$，$x + y = 4$ で囲まれた領域の境界とする．外向き法線ベクトルを用いよ．

The unit vectors on x, y and z axes of Cartesian coordinates are denoted by $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ and $\boldsymbol{k}$, respectively. Let the vector field $\boldsymbol{F} = x\boldsymbol{i} + 2y\boldsymbol{j} + 10z\boldsymbol{k}$. Find the integral of $\boldsymbol{F}$ over the following areas S_1, S_2 and S_3.

(1) S_1 is the part of the cylindrical surface $x^2 + z^2 = 1$ $(0 \leq y \leq 4)$, i.e., the surface of the cylinder without top and bottom disks. Use the normal vector pointing outside the cylinder.

(2) S_2 is the surface consisting of the part of the cylindrical surface $x^2 + z^2 = 1$ $(0 \leq y \leq 4,\ 0 \leq z)$ and the rectangular surface $z = 0$ $(-1 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 4)$, i.e., the surface of the half-cylinder without top and bottom planes. Use the normal vector pointing outside the half-cylinder.

(3) S_3 is the boundary of the region enclosed by the cylindrical surface $x^2 + z^2 = 1$, the planes $z = 0$, $y = 0$ and $x + y = 4$. Use the outward pointing normal vector.

令和４年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻 電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和３年８月３０日）

数 学 (Mathematics)

(5 枚中の 5)

分野毎に解答用紙を別にすること． Use a separate answer sheet for each field.

---

4. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

2 以上の自然数 n に対して，$P = (P_1, \ldots, P_n)$ は一様ランダムに選ばれた $\{1, \ldots, n\}$ の順列とする．任意の自然数 i, j $(1 \leq i < j \leq n)$ に対して，

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & (P_i > P_j \text{ の場合}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

とする．また，$Y_i = \sum_{j=i+1}^{n} X_{ij}$ $(1 \leq i \leq n-1)$ とし，$Z = \sum_{i=1}^{n-1} Y_i$ とする．以下の各問いに答えよ．

(1) Z の期待値 $\mathrm{E}[Z]$ を求めよ．

(2) i $(1 \leq i \leq n-2)$ と k $(0 \leq k \leq n-i)$ に対して，$Y_{n-1} = l$ $(l \in \{0, 1\})$ の条件の下で $Y_i = k$ となる条件付確率 $\Pr[Y_i = k \mid Y_{n-1} = l]$ を求めよ．

(3) Z の分散 $\mathrm{Var}[Z]$ を求めよ．ただし $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \dfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ を用いて良い．

For an arbitrary natural number n greater than 1, let $P = (P_1, \ldots, P_n)$ be a permutation of $\{1, \ldots, n\}$ chosen uniformly at random. Let

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & (\text{if } P_i > P_j), \\ 0 & (\text{otherwise}), \end{cases}$$

for any natural numbers i, j $(1 \leq i < j \leq n)$. Let $Y_i = \sum_{j=i+1}^{n} X_{ij}$ $(1 \leq i \leq n-1)$ and $Z = \sum_{i=1}^{n-1} Y_i$. Answer the following questions.

(1) Find the expectation $\mathrm{E}[Z]$ of Z.

(2) Find the conditional probability $\Pr[Y_i = k \mid Y_{n-1} = l]$ of $Y_i = k$ for i $(1 \leq i \leq n-2)$ and k $(0 \leq k \leq n-i)$ under the condition of $Y_{n-1} = l$ $(l \in \{0, 1\})$.

(3) Find the variance $\mathrm{Var}[Z]$ of Z. You may use $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \dfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

令和４年度　九州大学大学院システム情報科学府 電気電子工学専攻
修士課程　入学試験問題　　（実施日 令和３年８月30日）

専門科目 (Specialized subjects)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は,『始め』の合図があるまで開いてはならない.
   Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め25枚，解答用紙は３枚つづり２部 (1分野につき１部) である.
   You are given 25 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).
3. 以下の５分野から２分野を選び解答すること．解答用紙は１分野につき１部，大問１つあたり１枚を使用すること．１枚に大問２問以上の解答を書いてはならない.
   Select 2 fields out of the following 5 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected. One sheet in a set is for one question. You may not use one sheet for two or more questions

	分野	field	page
A	電気回路	Circuit theory	2
B	電子回路	Electronic circuits	6
C	制御工学	Control engineering	10
D	電磁気学	Electromagnetism	16
E	半導体デバイス	Semiconductor device	20

4. 解答用紙の全部に，選択分野名，受験番号，氏名および問題番号を記入すること.
   Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the selected field, your examinee number, your name, and the question number.
5. 解答は解答用紙に記入すること．スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること.
   Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate so clearly on the sheet.
6. 解答は，日本語，英語のいずれかで記入すること.
   Your answers must be written in Japanese or English.

専門科目 (Specialized subjects)

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

A. 【電気回路 (Circuit theory) 分野】

次の各問い【問 1】～【問 4】から3問を選び，解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること．

【問 1】 図 1 に示す回路において，電流 I_1 と電圧 E の位相差が $\arg(\frac{E}{I_1}) = \frac{\pi}{6}$，$|\frac{E}{I_1}| = 2$ である．以下の問いに答えよ．なお，コイルの相互インダクタンスは無視する．

(1) R_1 および X_1 を求めよ．

(2) $|\frac{V}{E}| = 1$ となるときの $\arg(\frac{V}{E})$ を求めよ．

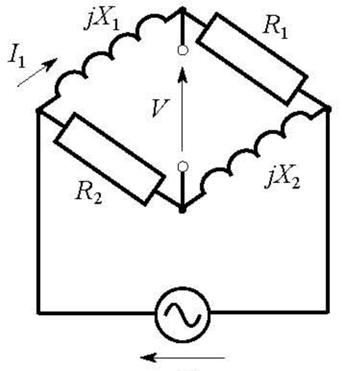


図 1

【問 2】 図 2 の回路について，以下の問いに答えよ．

(1) 図 2(a) において，端子対 1-1' より左側をみたときのアドミタンス Y_1 を求めよ．

(2) 図 2(a) の端子対 1-1' に図 2(b) に示すアドミタンス $Y_2 = G + jB$ を接続したとする．コンダクタンス G（> 0）およびサセプタンス B は可変とする．アドミタンス Y_2 における最大消費電力 P を最大とする G および B を求めよ．また，このときの消費電力 P の最大値を求めよ．

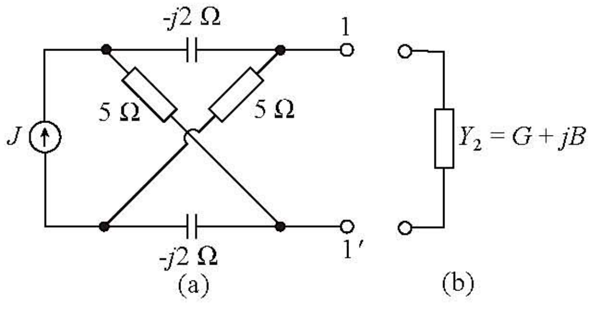


図 2

５分野から２分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙１部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問３】 図３の回路において，以下の問いに答えよ．ただし，電源電圧 E の角周波数を ω, L_1 と L_2 を自己インダクタンス，$M(>0)$ を相互インダクタンスとする．

(1) 図３(b) の回路が図３(a) の点線で囲まれた２端子対回路と等価なとき，インピーダンス Z_1, Z_2 と Z_3 を L_1, L_2, M を使ってそれぞれ表せ．

(2) 図３(a) の端子対 1-1' から右側を見た入力インピーダンス Z を求めよ．

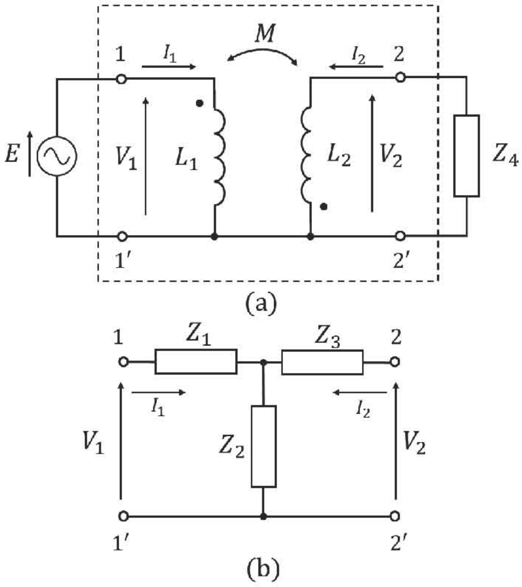


図３

【問４】 図４の回路で $t=0$ でスイッチ S_1 を開くと同時にスイッチ S_2 を閉じたとする．$E = 2$ V, $C = 1$ F, $L = 1$ H, $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 1\ \Omega$ の場合に関して，以下の問いに答えよ．ただし $v(0) = 1$ V であり，$t = 0$ で回路は定常状態であったとする．

(1) $i(0)$ を求めよ．

(2) $v(t)$ $(t \geq 0)$ を求めよ．

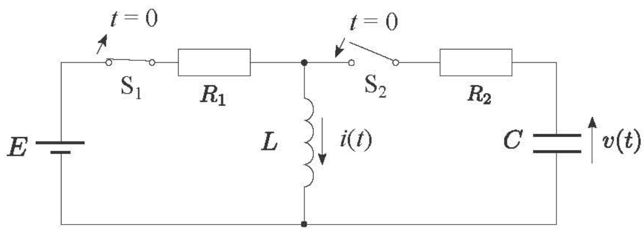


図４

専門科目 (Specialized subjects)

5分野から2分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Select three out of the four questions 【Q1】 ∼ 【Q4】 and write the number of the selected question on the answer sheet.

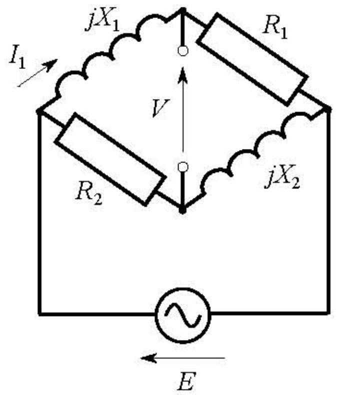


Fig. 1

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where the phase difference between I_1 and E is $\arg(\frac{E}{I_1}) = \frac{\pi}{6}$ and $|\frac{E}{I_1}| = 2$. Here, the mutual inductance between the coils can be ignored. Answer the following questions.

(1) Find the value of R_1 and X_1.

(2) Find $\arg(\frac{V}{E})$, if $|\frac{V}{E}| = 1$.

【Q2】 Consider the circuits shown in Fig. 2. Answer the following questions.

(1) In Fig. 2(a), find the admittance Y_1 measured leftward from the terminal 1-1'.

(2) The admittance $Y_2 = G+jB$ in Fig. 2(b) is connected in series between the terminals 1-1' in Fig. 2(a), where the conductance G (> 0) and the susceptance B are variable. When the power consumption P at the admittance Y_2 is maximized with respect to G and B, find the value of G and B. Also, find the maximized power consumption P.

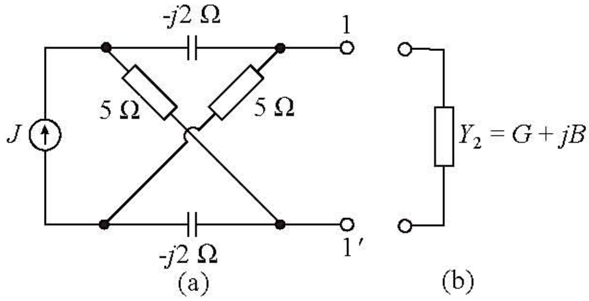


Fig. 2

令和４年度　九州大学大学院システム情報科学府 電気電子工学専攻
修士課程　入学試験問題　　　（実施日 令和３年８月 30 日）

専 門 科 目 (Specialized subjects)

５分野から２分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙１部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the circuit shown in Fig. 3, where the source E has the angular frequency ω, L_1 and L_2 are the self-inductances, and $M > 0$ is the mutual inductance. Answer the following questions.

(1) When the circuit in Fig. 3(b) is equivalent to the circuit surrounded by a dotted line in Fig. 3(a), find the impedance Z_1, Z_2 and Z_3 using L_1, L_2 and M.

(2) Find the impedance Z in the right side seen from terminals 1-1' in Fig. 3(a).

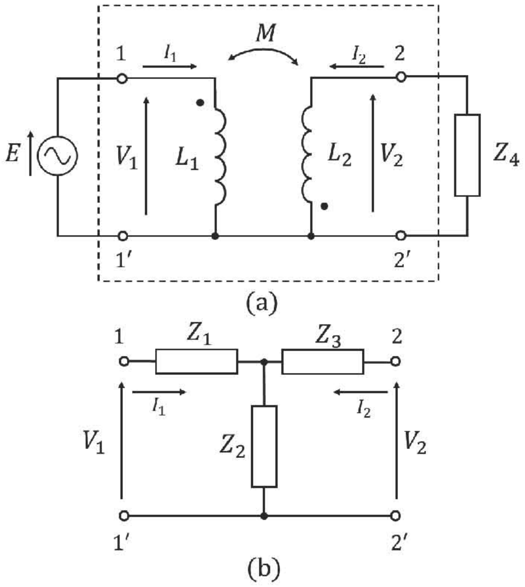


Fig. 3

【Q4】 Consider the circuit shown in Fig. 4, where the switch S_1 is opened and S_2 is closed simultaneously at $t = 0$, and $E = 2$ V, $C = 1$ F, $L = 1$ H, $R_1 = 2\ \Omega$ and $R_2 = 1\ \Omega$. Answer the following questions assuming that $v(0) = 1$ V and the circuit is in steady state at $t = 0$.

(1) Find $i(0)$.

(2) Find $v(t)$ $(t \geq 0)$.

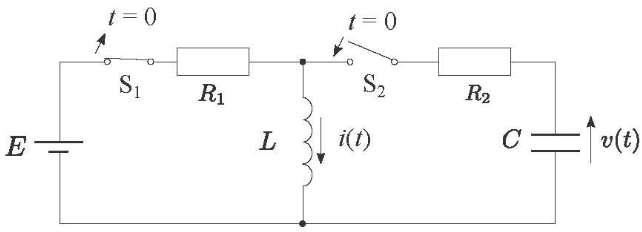


Fig. 4

５分野から２分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙１部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

B. 【電子回路 (Electronic circuits) 分野】

次の各問い（【問１】,【問２】）に答えよ．解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること．

【問１】次の問に答えよ。ただし，演算増幅器は理想的であるとする。

（１）図１ (a) に示す回路の出力電圧$V_o(s)$を，入力電圧$V_1(s), V_2(s)$の関数として表せ。

（２）図１ (b) に示す回路の出力電圧$V_o(s)$を，入力電圧$V_1(s), V_2(s)$の関数として表せ。

（３）図１ (b) に示す回路において，差動入力電圧$V_d(s)$を $V_d(s) = V_1(s) - V_2(s)$ により定義する。伝達関数$G(s) = V_o(s)/V_d(s)$を導き，$G(j\omega)$について電圧利得および位相のボーデ図の概形を描け。

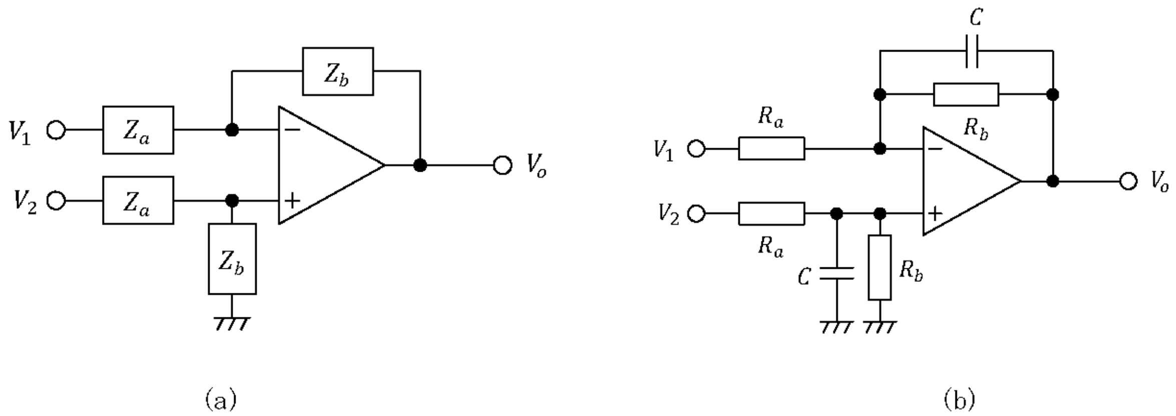


図１

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問２】図２に示すRC正弦波発振器について，次の問に答えよ。ただし，演算増幅器は理想的であるとする。

（１）非反転増幅器（Aの部分）の電圧利得 G_{A} を求めよ。

（２）RC回路（Bの部分）の電圧利得（減衰率）G_{B} を求めよ。

（３）RC正弦波発振器のループ利得 T を求めよ。但し，$T = G_{\mathrm{A}}\,G_{\mathrm{B}}$ である。

（４）発振が定常状態にある時の発振角周波数と振幅条件を求めよ。

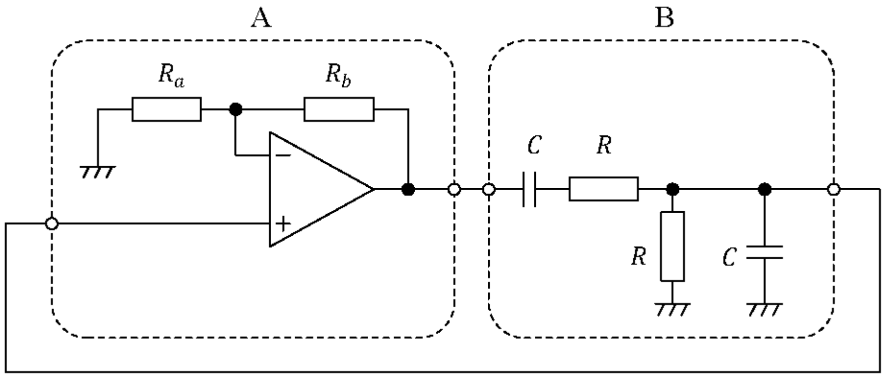


図２

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

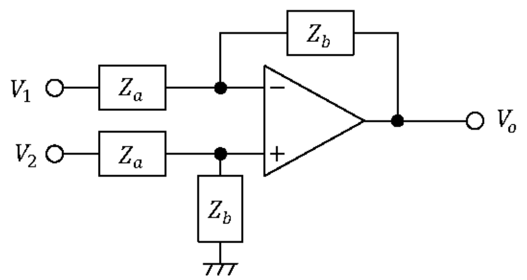
Answer the following questions (【Q1】,【Q2】) and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Answer the following questions. The operational amplifiers are assumed to be ideal.

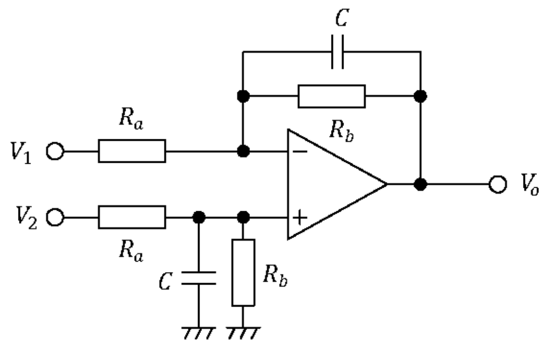
(1) Derive the output voltage $V_o(s)$ as a function of the input voltages $V_1(s)$ and $V_2(s)$ for the circuit shown in Fig. 1 (a).

(2) Derive the output voltage $V_o(s)$ as a function of the input voltages $V_1(s)$ and $V_2(s)$ for the circuit shown in Fig. 1 (b).

(3) The differential input voltage $V_d(s)$ is defined by $V_d(s) = V_1(s) - V_2(s)$ for the circuit shown in Fig. 1 (b). Derive the transfer function $G(s) = V_o(s)/V_d(s)$, and sketch the Bode plots of the voltage gain and the phase
for $G(j\omega)$.



(a)



(b)

Fig. 1

５分野から２分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙１部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】Solve the following problems on the RC sinusoidal oscillator shown in Fig. 2. The operational amplifier is assumed to be ideal.

(1) Derive the voltage gain G_A of the non-inverting amplifier (part A).

(2) Derive the voltage gain (attenuation rate) G_B of the RC network (part B).

(3) Derive the loop gain T of the RC sinusoidal oscillator, where $T = G_A G_B$.

(4) Obtain the oscillation frequency and the condition of the amplitude for steady-state oscillation.

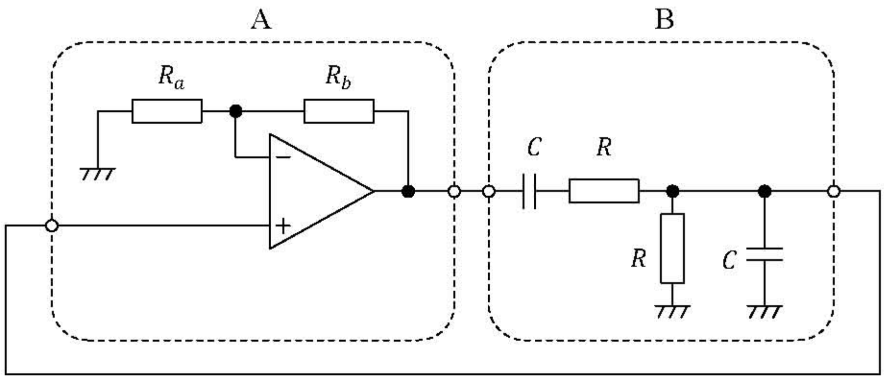


Fig. 2

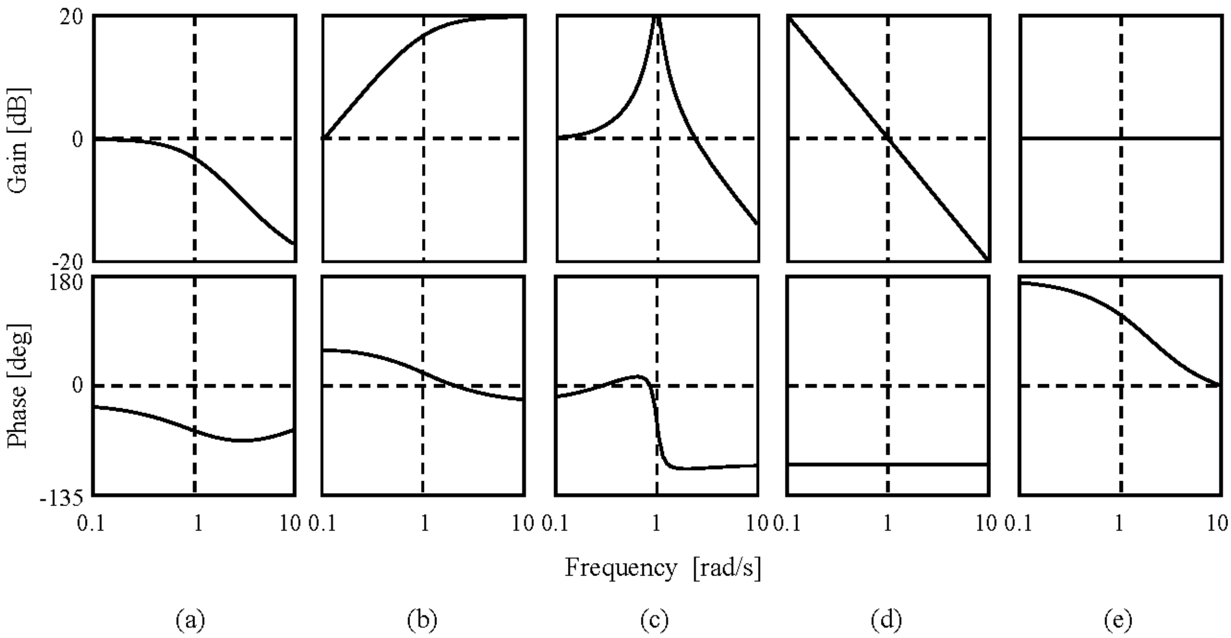
専 門 科 目 (Specialized subjects)

5分野から2分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

C. 【制御工学 (Control engineering) 分野】

次の各【問1】～【問3】に答えよ．解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること．

【問 1】 ボーデ線図 (a)，(b)，(c)，(d)，(e) はシステムの周波数応答を表す．ボーデ線図 (a)，(b)，(c)，(d)，(e) に対応するシステムを System1 から System6 のなかから選べ．ただし u，y はそれぞれシステムの入力と出力，s はラプラス演算子，t は時刻を表す．



System1:

$$y(s)=\frac{0.1s+1}{s+1}u(s)$$

System2:

$$y(s)=\frac{10s+0.1}{s+1}u(s)$$

System3:

$$y(s)=\frac{2s+1}{s^2+0.2s+1}$$

System4:

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-1 & 10 & 0\\ 29 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}3\\4\\1\end{bmatrix}u(t),$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}x(t)$$

System5:

$$y(s)=\frac{0.5s-1}{0.5s+1}u(s)$$

System6:

$$y(s)=\frac{1}{s^2}u(s)$$

5分野から2分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 状態空間表現された任意の1入力1出力線形時不変システムの周波数特性は，その双対システムの周波数特性と一致することを証明せよ．

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問 3】 以下の図に示す倒立振子を考える．m, l, θ はそれぞれ重りの質量，振子の長さ，振子の角度を表す．入力 u は支点に与えられる力である．状態変数を $x = [\theta, \dot{\theta}]^\top$ ととると，倒立位置周りでの線形化モデルは次のように与えられる．

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx + Du,$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{mgl}{J+ml^2} & 0 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{l}{J+ml^2} \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},\ D = 0.$$

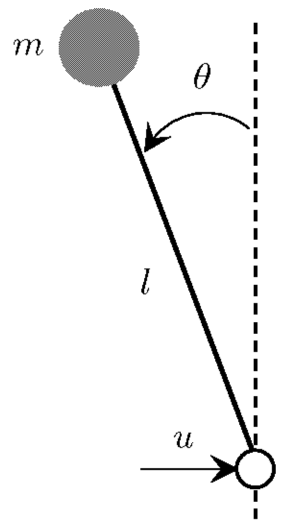
ここで，J は振子が倒立位置で静止するために必要な慣性モーメントである．

(1) 入力 u から出力 y への伝達関数を求めよ．

(2) 伝達関数 $C(s) = k(s+2)$ で表される PD 制御器を用いてこの倒立振子を安定化することを考える．ここで，システムの伝達関数は正規化された以下のものとする．

$$P(s) = \frac{1}{s^2 - 1}.$$

一巡伝達関数 $P(s)C(s)$ のナイキスト線図のスケッチを示し，$k > 0.5$ とするとフィードバック系が安定となる理由をナイキストの安定判別法を用いて説明せよ．

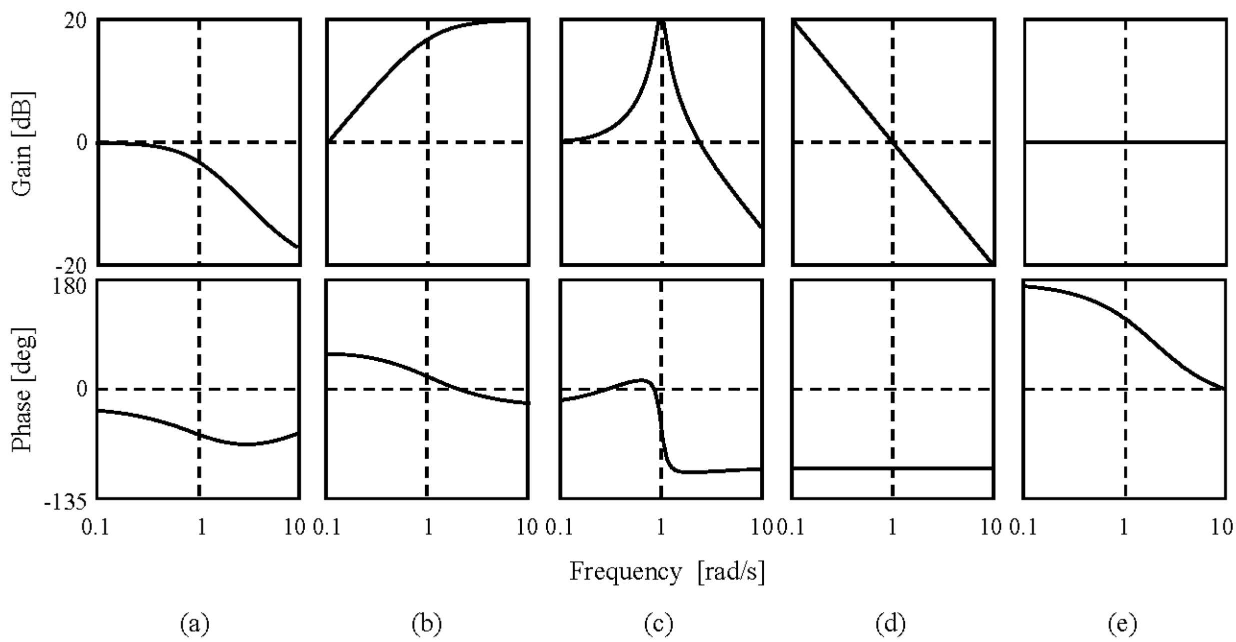


倒立振子

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】,【Q2】,【Q3】) and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 The following Bode plots (a), (b), (c), (d), (e) depict frequency responses of linear-time-invariant systems. Choose a corresponding system for (a), (b), (c), (d), (e) from the systems: System1 to System6. Here, u and y represent the input and output of the systems, respectively. s is the Laplace operator and t is the time.



System1:

$$y(s) = \frac{0.1s+1}{s+1}u(s)$$

System2:

$$y(s) = \frac{10s+0.1}{s+1}u(s)$$

System3:

$$y(s) = \frac{2s+1}{s^2+0.2s+1}$$

System4:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 10 & 0 \\ 29 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

System5:

$$y(s) = \frac{0.5s-1}{0.5s+1}u(s)$$

System6:

$$y(s) = \frac{1}{s^2}u(s)$$

5分野から2分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 Consider state space represented systems. Prove that the frequency transfer properties of any linear-time-invariant, single-input-single-output system coincide with those of its dual system.

専 門 科 目 (Specialized subjects)

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】 Consider an inverted pendulum depicted below. m, l, θ denote the mass, length, and angle of the pendulum, respectively. The input u is the force applied on the pivot. By defining the state as $x = [\theta, \dot{\theta}]^\top$, a linearized model around the upright position is given by

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx + Du,$$

where

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{mgl}{J+ml^2} & 0 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{l}{J+ml^2} \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},\ D = 0.$$

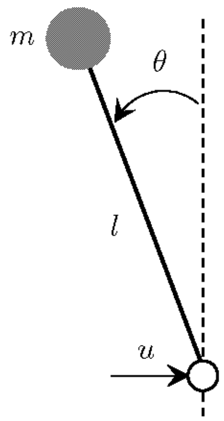
J denotes the moment of inertia of the system to be balanced.

(1) Derive the transfer function from u to y.

(2) We attempt to stabilize the pendulum with a PD controller having the transfer function $C(s) = k(s+2)$. Here, we consider the normalized plant

$$P(s) = \frac{1}{s^2 - 1}.$$

Sketch the Nyquist diagram of the loop transfer function $P(s)C(s)$ and explain using the Nyquist stability criterion why the feedback system is stable with $k > 0.5$.



Inverted pendulum

5分野から2分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

D. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】

以下の各問い (【問1】,【問2】) に答えよ．解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること.

【問1】

(1) 図1(a)に示すように，抵抗率 ρ，厚さ t の無限大平板に同じ厚さの半径 a の円盤型電極が埋め込まれている．電位 V_0 の電極の側面からは周囲の平板に電流 I が放射状に均一に流れ出ている．電極中心から距離 r の位置における電位 V および電界 E を求めよ．

(2) 図1(b)に示すように，(1)と同じ無限大平板に同じ厚さの半径 a の円盤型電極A，Bが埋め込まれている．電極A，Bの電位はそれぞれ V_A，V_B であり，電極の中心間距離は d で $d \gg a$ である．電極Aの側面からは，周囲の平板に電流 I が放射状に均一に流れ出ている．電極Bの側面には，周囲の平板から電流 I が放射状に均一に流れ込んでいる．電極Aから距離 r_1，電極Bから距離 r_2 だけ離れた点Pにおける電位 V_P を求めよ．

(3) (2)において，電極A，B間の抵抗 R を求めよ．

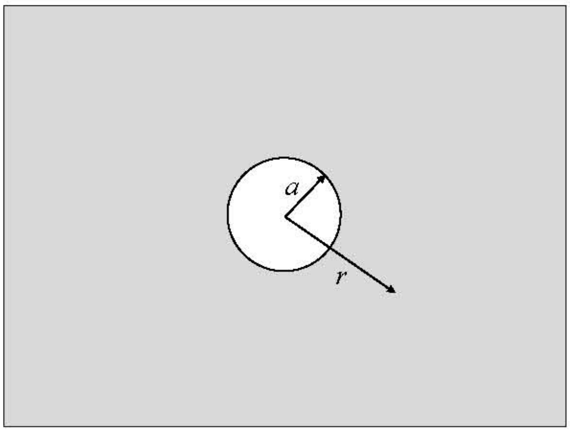


図1(a)

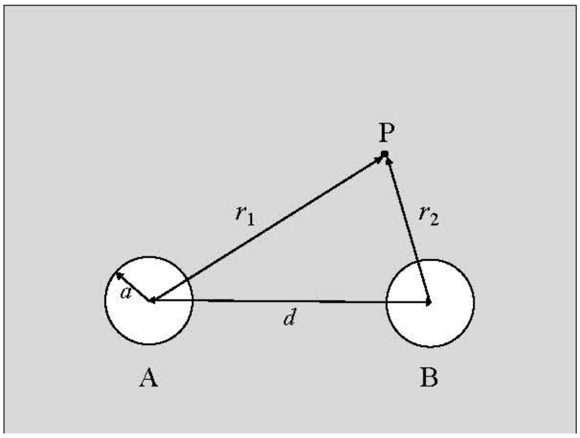


図1(b)

5分野から2分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問２】図２に示すような，長さ l，半径 R の中空円筒が真空中に置かれ，その表面が面電荷密度 σ で一様に帯電している．ただし，$l \gg R$とし，端効果は無視できるとする．また，円筒の厚みは無視できるものとする．真空の透磁率を μ_0 とする．

(1)中空円筒を中心軸まわりに角速度 ω_{f} で回転させた．中空円筒表面での表面電流密度 $\boldsymbol{k}$ の大きさを求めよ．

(2)(1) において，中空円筒内外に発生する磁束密度 $\boldsymbol{B}$ の大きさを求めよ．

(3)中空円筒を回転させるために行った仕事は，磁界のエネルギーとして空間に蓄えられる．中空円筒を静止状態から角速度 ω_{f} で回転させるために必要な単位長さあたりの仕事 W_1を求めよ．

(4)時刻 $t = 0$ で中空円筒を回転しはじめ，時刻 $t = T$ で角速度が ω_{f} になったとする．時刻 tにおける角速度を $\omega(t)$としたとき，中空円筒内部に発生する誘導電界 $\boldsymbol{E}$ の大きさを $\omega(t)$ および $d\omega(t)/dt$ を用いて表せ．

(5)(4) において，円筒表面におけるポインティングベクトル $\boldsymbol{S}_{\mathrm{p}}$の大きさを $\omega(t)$ および $d\omega(t)/dt$ を用いて表せ．またその向きを求めよ．

(6)(5) の結果を用いて，時刻 $t = 0$ から $t = T$ の間に円筒内に蓄えられる単位長さ当たりのエネルギー W_2を求め，(3) の結果と比較せよ．

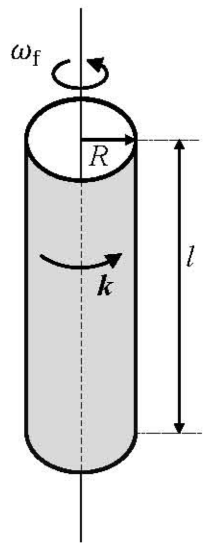


図２

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】,【Q2】) and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】

(1) As shown in Fig. 1(a), a circular electrode with radius a and thickness t is embedded in an infinite plate with electrical resistivity ρ and thickness t. The electric potential of the electrode is kept at V_0. An electric current I uniformly flows out from the lateral surface of the electrode to the surrounding plate in a radial direction. Give the electric potential V and the electric field strength E at a position of radial distance r from the electrode center.

(2) As shown in Fig. 1(b), two circular electrodes A and B are embedded in an infinite plate with electrical resistivity ρ and thickness t. Both electrodes have the same radius a and thickness t. The electric potentials of the electrodes A and B are kept at V_A and V_B, respectively. The distance between the two electrode centers is d ($d \gg a$). An electric current I uniformly flows out from the lateral surface of the electrode A to the surrounding plate in a radial direction. An electric current I uniformly flows into the lateral surface of the electrode B from the surrounding plate in a radial direction. Give the electric potential V_P at the point P, which is located at distance r_1 from the center of the electrode A and at distance r_2 from the center of the electrode B.

(3) In the case of (2), give the electrical resistance R between the electrodes A and B.

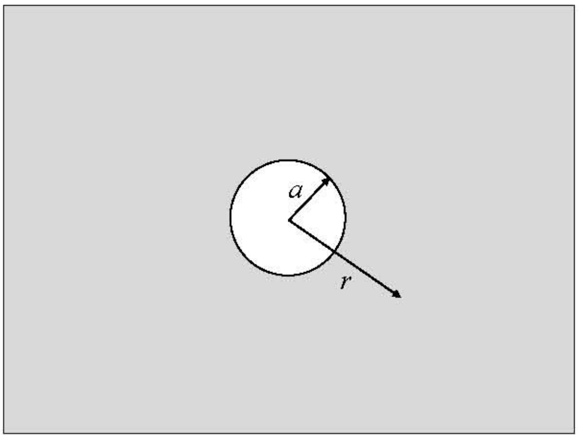


Fig. 1(a)

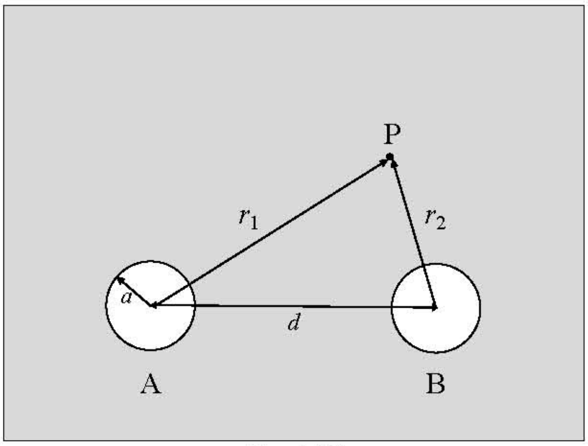


Fig. 1(b)

専 門 科 目 (Specialized subjects)

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】As shown in Fig. 2, a cylindrical shell of length l and radius R is placed in vacuum and charged uniformly with a surface charge density σ. Here, $l \gg R$, so that edge effects can be neglected. Also, the thickness of the cylindrical shell can be neglected. The permeability of vacuum is μ_0.

(1) The cylindrical shell is rotating with an angular velocity ω_{f} around its axis. Give the surface current density value $\boldsymbol{k}$ at the surface of the cylindrical shell.
(2) In the case of (1), give the magnitude of the magnetic flux densities $\boldsymbol{B}$ inside and outside the cylindrical shell.
(3) The energy stored in the magnetic field is equal to the work done to rotate the cylindrical shell. Give the work per unit length W_1 needed to rotate the cylindrical shell at the angular velocity ω_{f}.
(4) Assume that the cylindrical shell starts rotating from rest at time $t = 0$, and it reaches the angular velocity ω_{f} at time $t = T$. Give the magnitude of the induced electric field $\boldsymbol{E}$ in the cylindrical shell using $\omega(t)$ and $d\omega(t)/dt$.
(5) In the case of (4), give the magnitude of the Poynting vector $\boldsymbol{S}_{\mathrm{p}}$ at the surface of the cylindrical shell using $\omega(t)$ and $d\omega(t)/dt$. Also, give the direction of the Poynting vector $\boldsymbol{S}_{\mathrm{p}}$.
(6) Using the results of (5), give the energy stored per unit length W_2 of the cylindrical shell between time $t = 0$ and $t = T$, and compare it with the result of problem (3).

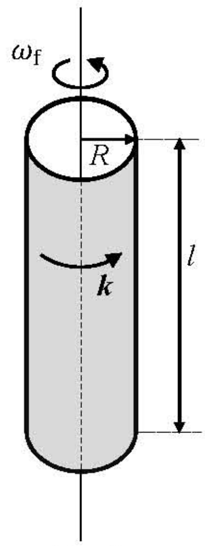


Fig. 2

専 門 科 目 (Specialized subjects)

5分野から2分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

E.【半導体デバイス (Semiconductor device) 分野】

以下の各問い (【問1】,【問2】) に答えよ．解答用紙欄には解答した問題番号を記入すること．

【問1】

一様なドナー濃度を有するn型のSi結晶の棒 (長さ: L) を作製し，棒の両端に電圧 V を印加する．結晶中の自由電子濃度はドナー濃度と等しい．下記の設問に答えよ．

(1) 棒の中の自由電子 (電荷: $-q$，有効質量: m^*) の加速度 a を与える式を示せ．

(2) 自由電子の平均自由時間（衝突緩和時間）を τ とする．定常状態における自由電子のドリフト速度 v を求めよ．

(3) 自由電子のドリフト速度 v の温度依存性のグラフを模式的に描け．グラフでは，ドリフト速度の対数をy軸に，絶対温度の対数をx軸に示せ．ただし，電圧 V は，一定の値であり，その大きさは移動度が定義できる範囲，すなわち，電流が電圧に比例する範囲にあるものとする．

つぎに，真性のSi結晶の棒 (長さ: L) を作製し，棒の一方の端 ($x = 0$) からドナー不純物をドーピングして $N_D(x) = N_0 \exp(-bx)$ の濃度分布を形成する．ただし，棒の長さ方向に x 軸をとる．棒の両端を短絡し，両端間の電圧を0とする。結晶の全領域で，自由電子濃度はドナー濃度と等しい．下記の設問に答えよ．

(4) 平衡状態における棒の中の電界 $E(x)$ を与える式を導け．この式に用いてよい物理量は，N_0，b，絶対温度 T，ボルツマン定数 k，電気素量 q のみとする．

(5) この棒のエネルギー・バンド図を描け．エネルギー・バンド図には，価電子帯の頂 E_V，伝導帯の底 E_C，フェルミ・エネルギーの位置 E_F，真性フェルミ・エネルギーの位置 E_i を記載せよ．

5分野から2分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

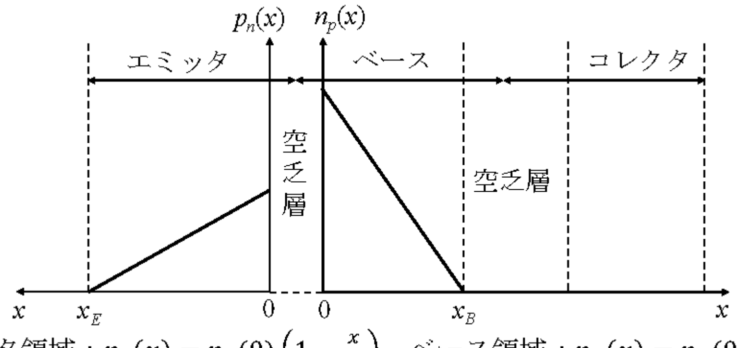
【問2】npn バイポーラ接合トランジスタに関する以下の設問に答えよ．

(1) トランジスタの断面構造を模式的に描き，その中に，エミッタ領域(E)，ベース領域(B)，コレクタ領域(C)を明示せよ．さらに，ベース接地回路として用いる時のベース・エミッタ間に印加するエミッタ電圧 V_E，ベース・コレクタ間に印加するコレクタ電圧 V_C の極性を，直流電圧源の回路記号を用いて図中に示せ．

(2) トランジスタの活性状態におけるバンド図を描け．バンド図には，価電子帯の頂 E_V，伝導帯の底 E_C，空乏層以外でのフェルミ・エネルギーの位置 E_F，および印加バイアスの大きさ(エミッタ電圧 V_E およびコレクタ電圧 V_C)を記載すること．ただし，電気素量を q とする．

(3) エミッタ電圧 V_E を印加する．ベース・エミッタ間の空乏層のベース側の端における自由電子密度 $n_p(0)$ を与える式，および空乏層のエミッタ側の端における正孔密度 $p_n(0)$ を与える式を導け．これらの式に用いてよい物理量は，ベース領域の不純物密度 N_B，エミッタ領域の不純物密度 N_E，真性キャリア密度 n_i，ボルツマン定数 k，絶対温度 T，電気素量 q，エミッタ電圧 V_E のみとする．

(4) エミッタ領域の幅を x_E およびベース領域の幅を x_B とする．それぞれの領域における少数キャリア密度の分布は下図のようであり，次式で与えられる．



エミッタ領域：$p_n(x) = p_n(0)\left(1 - \frac{x}{x_E}\right)$，ベース領域：$n_p(x) = n_p(0)\left(1 - \frac{x}{x_B}\right)$

ベース・エミッタ間の空乏層のエミッタ側の端 ($x = 0$)における正孔電流密度 J_{pE}，

およびベース側の端 ($x = 0$)での電子電流密度 J_{nE} を与える式を導け．ただし，電流

の向きはエミッタからベースを正とし，正孔，電子の拡散係数を D_p，D_n とする．

解答には，$n_p(0)$ および $p_n(0)$ は用いず，設問(3)の結果を代入せよ．

(5) エミッタ注入効率 γ は，次式で定義される．　$\gamma = \frac{J_{nE}}{J_{pE}+J_{nE}}$

前問(4)の結果を用い γ を与える式を導くとともに，γ を増加する方策を2つ示せ．

5分野から2分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】,【Q2】) and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】A rod (length: L) of an n-type Si single crystal having a uniform donor concentration is prepared, and a voltage V is applied between both edges of the rod. The free electron concentration in the crystal is equal to the donor concentration. Answer the following questions.

(1) Show an equation which gives an acceleration a of a free electron (electric charge: $-q$, effective mass: m^*) in the rod.

(2) The mean free time between carrier collisions of free electrons is τ. Derive an equation for the drift velocity v of the free electrons in the steady state.

(3) Sketch a graph of the temperature dependence of the drift velocity v. In the graph, show the logarithm of the drift velocity as the y-axis and the logarithm of absolute temperature as the x-axis. Here, the voltage V is a constant value and in the range where carrier mobility can be defined, i.e., the current proportionally increases with the voltage.

Next, a rod (length: L) of an intrinsic Si single crystal is prepared, and donor impurities are doped from an edge ($x = 0$) of the rod to form a concentration profile of $N_D(x) = N_0 \exp(-bx)$. Here, the x-axis is along the longitudinal direction of the rod. Both edges of the rod are shorted, and the voltage between the edges is 0. The free electron concentration is equal to the donor concentration in the whole region of the crystal. Answer the following questions.

(4) Derive an equation of the electric field $E(x)$ in the rod in the steady state. Physical quantities which can be used in the equation are limited to N_0, b, the absolute temperature T, Boltzmann constant k, and the elementary charge q.

(5) Sketch a band diagram for the rod. The energy positions of the top of the valence band E_V, the bottom of the conduction band E_C, the Fermi level E_F, and the intrinsic Fermi level E_i must be given in the drawing.

５分野から２分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙１部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

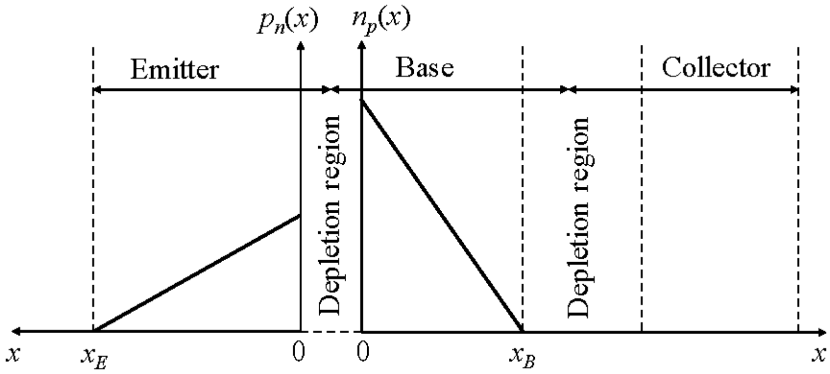
【Q2】Answer the following questions about a npn bipolar junction transistor.

(1) Draw a cross section of the transistor schematically, and indicate the emitter (E), base (B), and collector regions (C) in the drawing. In addition, when the transistor is used in the common base circuit, show the polarity of the bias voltages V_E and V_C between the base and emitter and between the base and collector, respectively, in the drawing by using the circuit symbols of DC (direct current) voltage sources.

(2) Sketch a band diagram of the transistor under the normal active condition. Show the energy positions of the top of the valence band E_V, the bottom of the conduction band E_C, the Fermi level E_F outside of the depletion layer, and the applied biases (emitter voltage V_E and collector voltage V_C) in the drawing. The elementary charge is represented as q.

(3) An emitter voltage of V_E is applied. Derive an equation for the concentration of free electrons $n_p(0)$ at the base-side edge of the depletion region between the base and emitter and that for the concentration of holes $p_n(0)$ at the emitter-side edge of the depletion region. Physical quantities which can be used in the equations are limited to the impurity concentration in the base region N_B, the impurity concentration in the emitter region N_E, the intrinsic carrier concentration n_i, Boltzmann constant k, the absolute temperature T, the elementary charge q, and the emitter voltage V_E.

(4) The width of the emitter region is x_E, and that of the base region is x_B. Concentration profiles of minority carriers in the respective regions are shown in the figure below and given by the following equations.



Emitter region: $p_n(x) = p_n(0)\left(1 - \frac{x}{x_E}\right)$

Base region: $n_p(x) = n_p(0)\left(1 - \frac{x}{x_B}\right)$

Derive equations for the hole current density J_{pE} at the emitter-side edge ($x = 0$) of the depletion layer between the base and emitter and electron current density J_{nE} at the base-side edge (x = 0) of this depletion. Here, the direction of current from the emitter to the base is positive, and diffusion constants of holes and free electrons are D_p and D_n, respectively. In the answer, do not use $n_p(0)$ or $p_n(0)$, and substitute the results of question (3).

(5) The emitter injection efficiency γ is defined as the following equation, $\gamma = \frac{J_{nE}}{J_{pE}+J_{nE}}$. Derive an equation for γ using the results in the previous question (4), and show two approaches to increase γ.