九州大学大学院システム情報科学府

電気電子工学専攻

令和５年度入学試験問題

【令和４年８月２９日（月）、３０日（火）】

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和４年８月２９日）

数 学 (Mathematics)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は,『始め』の合図があるまで開いてはならない.
   Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
2. 問題用紙は表紙を含め 6 枚，解答用紙は 3 枚つづり (1 分野につき 1 枚) である.
   You are given 6 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
3. 線形代数，解析学・微積分の 2 分野に加えて，ベクトル解析および確率・統計から 1 分野を選択し，合計 3 分野について解答すること．選んだ分野毎に解答用紙を別にすること.
   Answer three fields in total, including Linear algebra and Analysis and calculus, and either Vector analysis or Probability and statistics. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	解析学・微積分	Analysis and calculus	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	5
4	確率・統計	Probability and statistics	6

4. 解答用紙の全部に，専攻名，受験番号および氏名を記入すること．3 枚目の解答用紙については，選択した分野番号（3 または 4）を○で囲むこと.
   Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, your examinee number and your name. Mark the selected field number (3 or 4) with a circle on the third answer sheet.
5. 解答は解答用紙に記入すること．スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること.
   Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.
6. 解答は，日本語，英語のいずれかで記入すること.
   Your answers must be written in Japanese or English.

数 学 (Mathematics)

分野毎に解答用紙を別にすること．
Use a separate answer sheet for each field.

---

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

$n \times n$ 実対称行列 $A = [a_{ij}]_{n\times n} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ に対して，A の各要素 a_{ij} が $a_{ij} \in \{0, 1\}$ $(1 \le i, j \le n)$ かつ $a_{ii} = 0$ $(1 \le i \le n)$ を満たすとする．A に対して，$D = [\delta_{ij}(\sum_{k=1}^{n} a_{ik})]_{n\times n}$ と定義する．ただし δ_{ij} は，$1 \le i, j \le n$ に対して，$i = j$ のとき $\delta_{ij} = 1$，そうでないとき $\delta_{ij} = 0$ によって定義される．さらに，$L = D - A$ と定義する．以下の各問いに答えよ．

(1) 以下の A に対して，$L = D - A$ を求めよ．

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) (1) で求めた L の固有値を全て求めよ．

(3) (2) で求めた L の各固有値に対する固有空間を求めよ．

(4) 一般に L は固有値 0 を持つことを示せ．

For an $n \times n$ real symmetric matrix $A = [a_{ij}]_{n\times n} \in \mathbb{R}^{n\times n}$, suppose that each element a_{ij} of A satisfies that $a_{ij} \in \{0, 1\}$ $(1 \le i, j \le n)$ and $a_{ii} = 0$ $(1 \le i \le n)$. Define $D = [\delta_{ij}(\sum_{k=1}^{n} a_{ik})]_{n\times n}$ for A, where δ_{ij} is defined by $\delta_{ij} = 1$ if $i = j$ and $\delta_{ij} = 0$ otherwise for $1 \le i, j \le n$. Furthermore, define $L = D - A$. Answer the following questions.

(1) For the following matrix A, find $L = D - A$.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(2) Find all eigenvalues of L obtained in (1).

(3) Find the eigenspace for each eigenvalue of L obtained in (2).

(4) Prove that L has an eigenvalue 0 in general.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和４年８月２９日）

数 学 (Mathematics)

(6 枚中の 3)

分野毎に解答用紙を別にすること． Use a separate answer sheet for each field.

---

2. 【解析学・微積分 (Analysis and calculus) 分野】

(1) $\mathbb{R}$ 上の関数 $f(x) = \cos x$ の k 階導関数を $f^{(k)}(x)$ で表す．ただし，$\mathbb{R}$ は実数全体の集合である．以下の各問いに答えよ．

(a) 全ての $k \geq 1$ について $f^{(k)}(0)$ を求めよ．

(b) $f(x)$ の原点周りでのテイラー級数を

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$$

とするとき，全ての $k \geq 0$ に関する a_k を求めよ．

(c) 全ての $x \in \mathbb{R}$ について

$$\sum_{k=0}^{\infty} |a_k x^k|$$

が収束することを示せ.

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ．なお，y' は関数 $y(x)$ の x に関する 1 階導関数を表している．

$y'''' - 2y''' - y'' - 4y' + 12y = 0$

(3) 閉曲線 C に沿った複素積分 $\displaystyle\oint_C \frac{1}{z(z^2-1)} dz$ を求めよ．ただし，C は円 $|z| = r$, $r > 0$ かつ $r \neq 1$ とする.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和４年８月２９日）

数 学 (Mathematics)

分野毎に解答用紙を別にすること. Use a separate answer sheet for each field.

---

(1) Let $f^{(k)}(x)$ denote the kth order derivative of the function $f(x) = \cos x$ over $\mathbb{R}$, where $\mathbb{R}$ denotes the set of all real numbers. Answer the following questions.

(a) Find $f^{(k)}(0)$ for all $k \geq 1$.

(b) Let

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$$

be the Taylor expansion of $f(x)$ around the origin. Find a_k for all $k \geq 0$.

(c) Prove that

$$\sum_{k=0}^{\infty} |a_k x^k|$$

converges for all $x \in \mathbb{R}$.

(2) Find the general solution to the following differential equation. Here, y' denotes the derivative of first order with respect to x for a function $y(x)$.

$y'''' - 2y''' - y'' - 4y' + 12y = 0.$

(3) Calculate the complex integral $\displaystyle\oint_C \frac{1}{z(z^2-1)} dz$, where the closed contour C is given by a circle $|z| = r$, $r > 0$, and $r \neq 1$.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻
電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和４年８月２９日）

数 学 (Mathematics)

分野毎に解答用紙を別にすること．
Use a separate answer sheet for each field.

---

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において，x，y，z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ とする．ベクトル場 $\boldsymbol{F}$ を $\boldsymbol{F} = y\boldsymbol{i} - x\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$ とする．次の各問に答えよ．

(1) C を $x^2 + y^2 = 4, z = 0$ で定義される円とする．次に示す C_1 および C_2 に沿った線積分 $\int_{C_1} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ および $\int_{C_2} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ を求めよ．

(a) C_1: C 上を点 $\mathrm{A}(1, \sqrt{3}, 0)$ から 点 $\mathrm{B}(-\sqrt{3}, 1, 0)$ まで反時計回りに向かう曲線

(b) C_2: C 上を点 $\mathrm{A}(1, \sqrt{3}, 0)$ から 点 $\mathrm{B}(-\sqrt{3}, 1, 0)$ まで時計回りに向かう曲線

(2) S を半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ $(0 \leq z)$ と平面 $z = 0$ で囲まれた領域の境界とする．面積分 $\int_S \nabla \times \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{S}$ を求めよ．外向き法線ベクトルを用いよ．

The unit vectors on x, y and z axes of Cartesian coordinates are denoted by $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ and $\boldsymbol{k}$, respectively. Let $\boldsymbol{F}$ be the vector field $\boldsymbol{F} = y\boldsymbol{i} - x\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$. Answer the following questions.

(1) Let C be defined by the circle $x^2 + y^2 = 4, z = 0$. Find the line integrals $\int_{C_1} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ and $\int_{C_2} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$, where C_1 and C_2 are defined as follows.

(a) C_1: the curve along C from point $\mathrm{A}(1, \sqrt{3}, 0)$ to point $\mathrm{B}(-\sqrt{3}, 1, 0)$ in the counter-clockwise direction.

(b) C_2: the curve along C from point $\mathrm{A}(1, \sqrt{3}, 0)$ to point $\mathrm{B}(-\sqrt{3}, 1, 0)$ in the clockwise direction.

(2) Let S be the boundary of the region enclosed by the hemisphere $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ $(0 \leq z)$ and the plane $z = 0$. Find the surface integral $\int_S \nabla \times \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{S}$. Use the outward pointing normal vector.

九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻 電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和４年８月２９日）

数 学 (Mathematics)

(6 枚中の 6)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

---

4. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

箱の中に５枚のコイン（コイン１〜コイン５）がある．箱から一様ランダムにコインを１枚選んで何度か投げる試行を考える．ただし，それぞれのコイン i の表が出る確率 p_i は次の通りである．

$$p_1 = 0,\ p_2 = 1/4,\ p_3 = 1/2,\ p_4 = 3/4,\ p_5 = 1$$

表が出る事象を H とし，コイン i が選ばれる事象を C_i とする．

(1) 選んだコインを１回投げるとする．表が出る確率 $p(H)$ を答えよ．

(2) 選んだコインを１回投げたところ表が出たとする．条件付き確率$p(C_i \mid H)$を $i = 1, \ldots, 5$ についてそれぞれ求めよ．

(3) 選んだコインを２回投げるとする．条件付き確率$p(H_2 \mid H_1)$を求めよ．ただし H_j は j 回目に表が出る事象であり，$j = 1, 2$ である．

(4) 選んだコインを４回投げるとする．$p(C_i \mid B_4)$を $i = 1, \ldots, 5$ についてそれぞれ求めよ．ただし B_4 は４回目に初めて表が出る事象を表す.

A box contains 5 coins (coin $1, \ldots,$ coin 5). Consider a trial in which we select a coin uniformly at random, and toss it for a certain number of times. Let p_i denote the probability of getting a head on each coin i, and they are given as follows:

$$p_1 = 0,\ p_2 = 1/4,\ p_3 = 1/2,\ p_4 = 3/4,\ p_5 = 1$$

Let H denote the event that a head shows up, and let C_i denote the event that coin i is selected.

(1) Select a coin and toss it once. Find the probability of getting a head $p(H)$.

(2) Suppose a head was obtained after tossing the selected coin once. Find the conditional probability $p(C_i \mid H)$ for each $i = 1, \ldots, 5$.

(3) Suppose we toss the selected coin twice. Find the conditional probability $p(H_2 \mid H_1)$. Here H_j $(j = 1, 2)$ means that a head is obtained on the j-th toss.

(4) Suppose we toss the selected coin four times. Find $p(C_i \mid B_4)$ for each $i = 1, \ldots, 5$. Here B_4 means that the first head is obtained on the fourth toss.

九州大学大学院システム情報科学府電気電子工学専攻
修士課程　入学試験問題　（実施日令和 4 年 8 月 29 日）

専 門 科 目 (Specialized subjects)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は，『始め』の合図があるまで開いてはならない．

   Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め 27 枚，解答用紙は 3 枚つづり 2 部 (1 分野につき 1 部) である．

   You are given 27 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).

3. 以下の 5 分野から 2 分野を選び解答すること．解答用紙は 1 分野につき 1 部，大問 1 つあたり 1 枚を使用すること． 1 枚に大問 2 問以上の解答を書いてはならない．

   Select 2 fields out of the following 5 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected. One sheet in a set is for one question. You may not use one sheet for two or more questions

	分野	field	page
A	電気回路	Circuit theory	2
B	電子回路	Electronic circuits	6
C	制御工学	Control engineering	10
D	電磁気学	Electromagnetism	15
E	半導体デバイス	Semiconductor device	20

4. 解答用紙の全部に，選択分野名，受験番号，氏名および問題番号を記入すること．

   Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the selected field, your examinee number, your name, and the question number.

5. 解答は解答用紙に記入すること．スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること．

   Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate so clearly on the sheet.

6. 解答は，日本語，英語のいずれかで記入すること．

   Your answers must be written in Japanese or English.

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

A.　【電気回路 (Circuit theory) 分野】

次の各問い（【問１】～【問４】）から 3 問を選び，解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること．

【問 1】 図 1 の回路について，以下の問いに答えよ．ただし，$Z = R_2 + jX_2$，$|I_1| = |I_2| = |I_3|$ であり，各素子値の単位は Ω である．

(1) $\arg Z = \pi/6$ のとき，E，I，I_1，I_2，I_3 の位相関係を表すフェーザ図を描き，E と I の位相差 $\arg\left(\dfrac{I}{E}\right)$ を求めよ．

(2) $R_2 = X_2 = 2$ [Ω]，$E = 4$ [V] のとき，$|I|$ の値を求めよ．

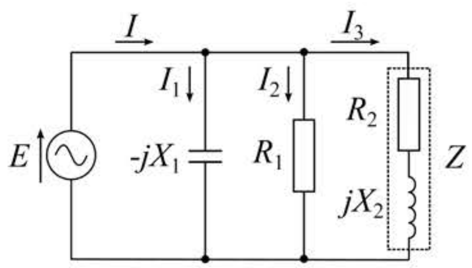


図 1

【問 2】 図 2 の回路について，以下の問いに答えよ．ただし，L，L_0，L_1，L_2 を自己インダクタンス，M を相互インダクタンス，電源電圧 E の角周波数を ω とする．

(1) 図 2(a) の回路が図 2(b) と等価であるとき，L_0，L_1，L_2 を L，M を用いて表せ．

(2) 抵抗 R に流れる電流 I_R を L，M，R，ω，E を用いて表せ．

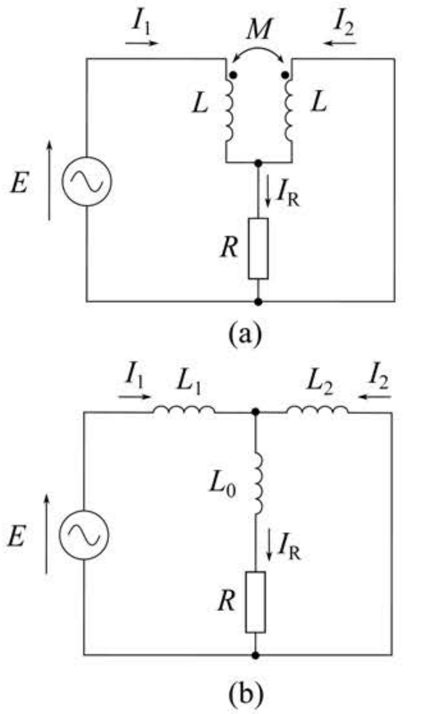


図 2

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問 3】 図 3(a) のような，Z_1, Z_2, Z_3, Z_{12} のインピーダンスをもつ ∇ 型と Y 型が重なった回路をもつ二端子対網 $\mathcal{A}$(1-1' 端子対と 2-2' 端子対) がある．以下の問いに答えよ．ただし，Z_1, Z_2, Z_3, Z_{12} は図に示した値を持ち，二端子対網の左右の電圧と電流 V_1, V_2, I_1, I_2 に対し，インピーダンス行列 (Z 行列)$\mathbf{Z}$ とアドミタンス行列 (Y 行列)$\mathbf{Y}$ は

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Z} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

のようにそれぞれ定義されるとする．

(1) 端子 3 と 3' を追加し，二端子対網 (1-3' 端子対と 2-3 端子対) を，Y 行列 $\mathbf{Y}_\nabla$ をもつ二端子対網の等価回路と見なした．このときの $\mathbf{Y}_\nabla$ をもとめよ．

(2) 二端子対網 $\mathcal{A}$ の Z 行列 $\mathbf{Z}_{\mathcal{A}}$ を求めよ．必要であれば，図 3(b) に示す二つの二端子対網の Y 行列，Z 行列を用いても良い．

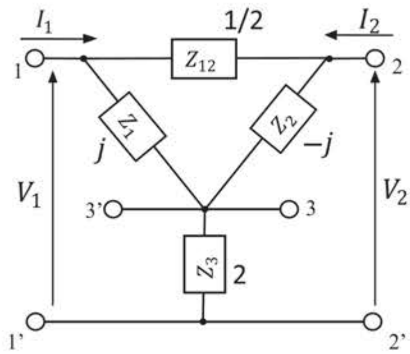
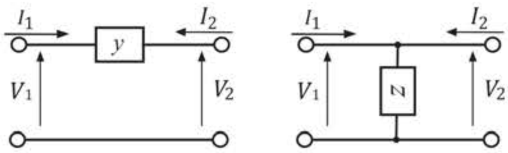


図 3(a)



$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & -y \\ -y & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z & z \\ z & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

図 3(b)

【問 4】 図 4 の回路について，以下の問いに答えよ．ただし，$e(t) = 25 \sin 3t$ [V]，$R = 0.25$ [Ω]，$C = 1$ [F]，$q(0) = 4$ [C] とし，時刻 $t = 0$ でスイッチ S を閉じるとする．

(1) スイッチ S を閉じた直後の電流 $i(0)$ を求めよ．また，回路が定常状態に達した後の電流 $i(t)$ を求めよ．

(2) $t > 0$ における電流 $i(t)$ を求めよ．

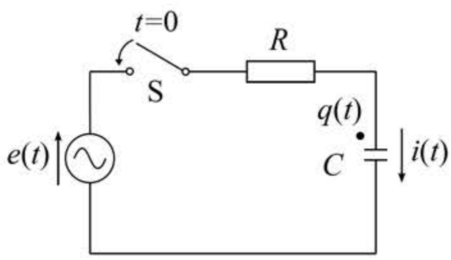


図 4

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Select <u>three</u> out of the four questions【Q1】~【Q4】and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where $Z = R_2 + jX_2$, $|I_1| = |I_2| = |I_3|$, and the values of elements are Ω in unit. Answer the following questions.

(1) Draw a phasor diagram representing the phase relation of E, I, I_1, I_2, I_3, when $\arg Z = \pi/6$. Also find the phase difference of $\arg\left(\frac{I}{E}\right)$.

(2) Find the value of $|I|$, when $R_2 = X_2 = 2$ [Ω] and $E = 4$ [V].

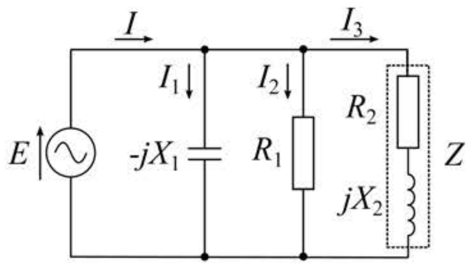


Fig. 1

【Q2】 Consider the circuit shown in Fig. 2, where L, L_0, L_1 and L_2 represent the self-inductances, M represents the mutual inductance and the source voltage E has the angular frequency ω. Answer the following questions.

(1) When the ciruit shown in Fig. 2(a) is equivalent to the circuit shown in Fig. 2(b), express the inductances L_0, L_1 and L_2 using L and M.

(2) Express the current I_R through the resistance R using L, M, R, ω and E.

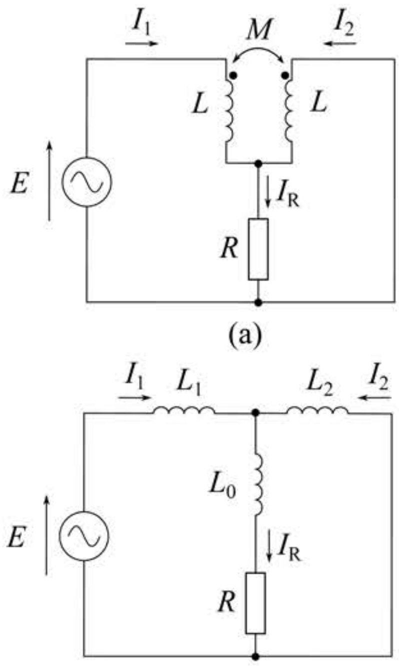


Fig. 2

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the two-port network $\mathcal{A}$ (port 1-1' and port 2-2') with a network of overlapping ∇-type and Y-type circuits with Z_1, Z_2, Z_3, and Z_{12} in impedance, as shown in Fig. 3(a). Answer the following questions. Here, Z_1, Z_2, Z_3, and Z_{12} have the values shown in the figure, and for the voltages and currents V_1, V_2, I_1, I_2 on the left and right of a two-port network, the impedance matrix (Z-matrix) $\mathbf{Z}$ and admittance matrix (Y-matrix) $\mathbf{Y}$ are defined as follows, respectively.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Z} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{Y} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

(1) When terminals 3 and 3' are added, the two-port network (port 1-3' and port 2-3) is considered as an equivalent circuit with Y-matrix $\mathbf{Y}_\nabla$. Find $\mathbf{Y}_\nabla$.

(2) Find the Z-matrix $\mathbf{Z}_\mathcal{A}$ of the two-port network $\mathcal{A}$. If necessary, it can be referred the Y-matrix and Z-matrix of the two-port networks in Fig. 3(b).

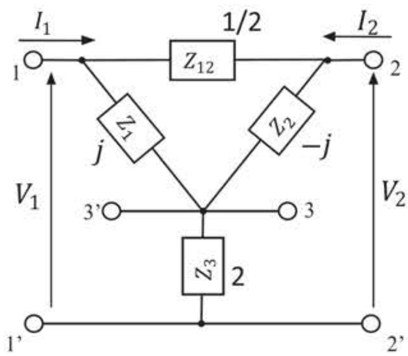


Fig. 3(a)

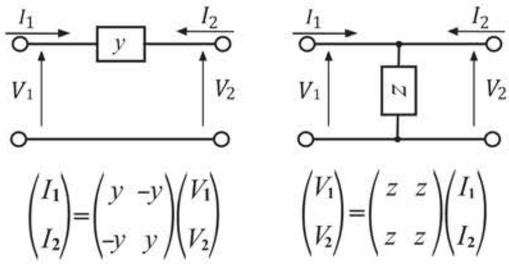


Fig. 3(b)

【Q4】 Consider the circuit shown in Fig. 4, where $e(t) = 25 \sin 3t$ [V], $R = 0.25$ [Ω], $C = 1$ [F], $q(0) = 4$ [C] and the switch S is closed at $t = 0$. Answer the following questions.

(1) Find the current $i(0)$ just after the switch S is closed. Also find the current $i(t)$ when steady state is reached.

(2) Find the current $i(t)$ for $t > 0$.

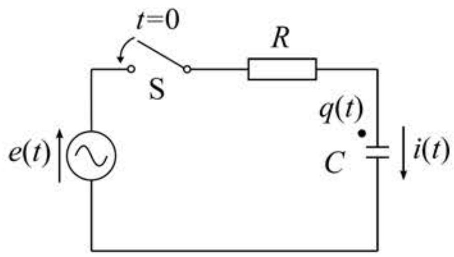


Fig. 4

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

B. 【電子回路 (Electronic circuits) 分野】
次の各問い（【問１】，【問２】）に答えよ．解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること．

【問１】図 1 (a), (b) に示す回路において，入力電圧V_iのラプラス変換を$V_i(s)$，出力電圧V_oのラプラス変換を$V_o(s)$とするとき，次の問いに答えよ．ただし，演算増幅器は理想的であるとする．

（１）図 1 (a) に示す回路の伝達関数 $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$を求めよ．

（２）図 1 (b) に示す回路の伝達関数 $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$を導き，周波数伝達関数 $G(j\omega)$ について電圧利得および位相のボーデ線図の概形を描け．

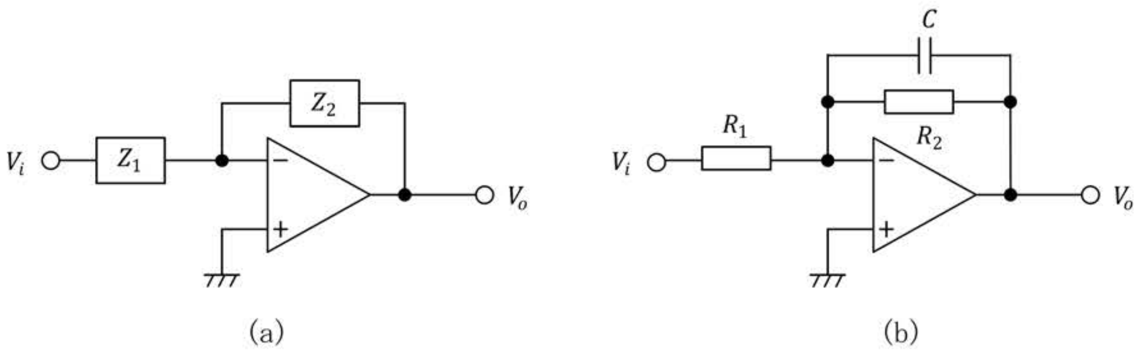


図 1

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問２】図２に示すLC正弦波発振器について，次の問いに答えよ．ただし，演算増幅器は理想的であるとする．

（１）増幅回路（Aの部分）の電圧利得 G_A を求めよ．

（２）RLC回路（Bの部分）の電圧利得（減衰率）G_B を求めよ．

（３）LC正弦波発振器のループ利得 T を求めよ．但し，$T = G_A G_B$ である．

（４）発振が定常状態にある時の発振角周波数と振幅条件を求めよ．

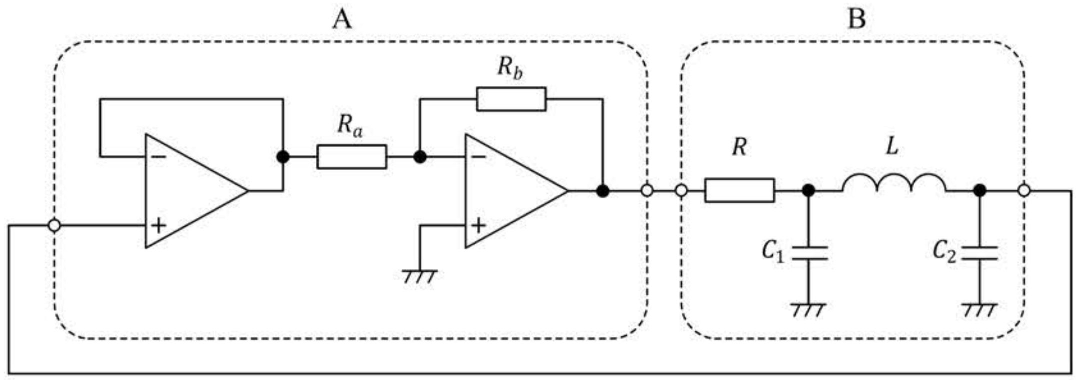


図２

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions【Q1】,【Q2】and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】In the circuits shown in Fig. 1 (a) and (b), the Laplace transform of the input voltage V_i is $V_i(s)$, and the Laplace transform of the output voltage V_o is $V_o(s)$. Answer the following questions. The operational amplifiers are assumed to be ideal.

(1) Derive the transfer function $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$ for the circuit shown in Fig. 1 (a).

(2) Derive the transfer function $G(s) = V_o(s) / V_i(s)$ for the circuit shown in Fig. 1 (b), and sketch the asymptotic Bode plots of the voltage gain and the phase for the frequency transfer function $G(j\omega)$.

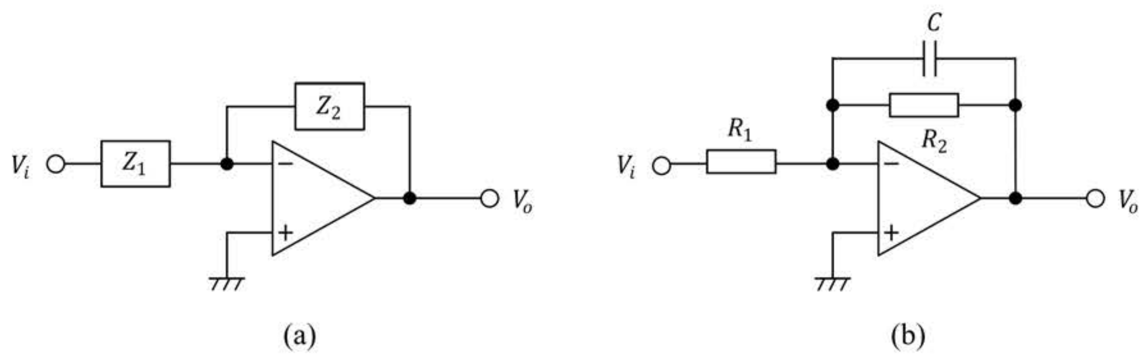


Fig. 1

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】Answer the following questions on the LC sinusoidal oscillator shown in Fig. 2. The operational amplifiers are assumed to be ideal.

(1) Derive the voltage gain G_A of the amplifier circuit (part A).

(2) Derive the voltage gain (attenuation rate) G_B of the RLC network (part B).

(3) Derive the loop gain T of the LC sinusoidal oscillator, where $T = G_A G_B$.

(4) Obtain the angular oscillation frequency and the condition of the amplitude for steady-state oscillation.

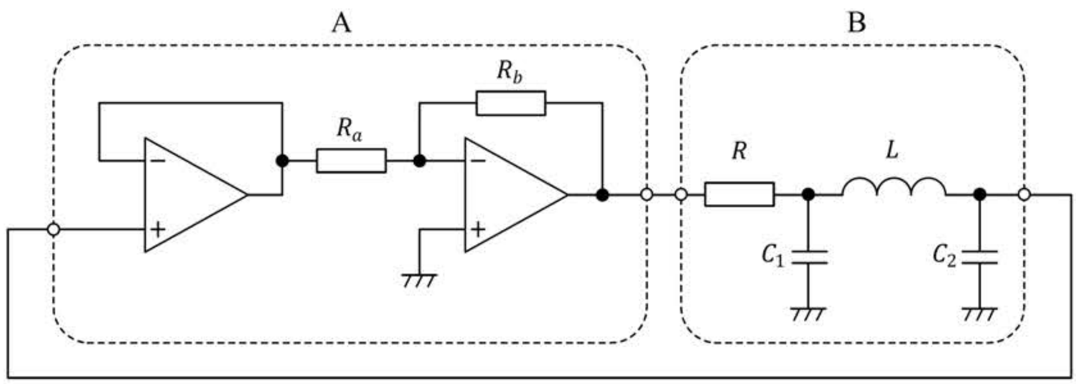


Fig. 2

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

C.【制御工学 (Control engineering) 分野】
次の各【問１】~【問３】に答えよ．解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること．

【問１】
信号 $v(t), i_1(t), i_2(t), i_3(t), q_3(t)$ の間に以下の関係式が成り立っている．

$$\begin{aligned} v(t) &= L\frac{d}{dt}i_1(t) + Ri_2(t) \\ Ri_2(t) &= \frac{1}{C}q_3(t) \\ i_3(t) &= \frac{d}{dt}q_3(t) \\ i_1(t) &= i_2(t) + i_3(t) \end{aligned} \tag{1}$$

ただし，R, L, C は正の有限な値をとる定数であり，t は時刻を表す．以下の問に答えよ．解答には結論だけでなく途中経過も記すこと．

1. (1) 式中の各信号は，あるシステム中の信号であるとする．ただし，このシステムの入力は $v(t)$ とする．このシステムの適切な状態ベクトル $\boldsymbol{x}(t)$ を定義して示し，さらにこのシステムの状態方程式を示せ． ただし，$\boldsymbol{x}(t)$ は 2 次元ベクトルとする．
2. 1. で求めた状態方程式で表されるシステムは可制御か否かを答えよ．可制御性が R, L, C の値に依存する場合は，システムが可制御となるために R, L, C が満たすべき必要十分条件を示せ．
3. (1) 式中の各信号は，あるシステム中の信号であるとする．ただし，このシステムの入力と出力はそれぞれ $v(t)$，$i_1(t)$ とする．このシステムを，1. で求めた状態方程式と，$i_1(t)$ を出力とする出力方程式とによって表す．このシステムは可観測か否かを答えよ．可観測性が R, L, C の値に依存する場合は，システムが可観測となるために R, L, C が満たすべき必要十分条件を示せ．
4. (1) 式中の各信号は，あるシステム中の信号であるとする．ただし，このシステムの入力と出力はそれぞれ $v(t)$，$i_3(t)$ とする．このシステムを，1. で求めた状態方程式と，$i_3(t)$ を出力とする出力方程式とによって表す．このシステムは可観測か否かを答えよ．可観測性が R, L, C の値に依存する場合は，システムが可観測となるために R, L, C が満たすべき必要十分条件を示せ．

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問２】

次のように状態空間表現されるシステムを考える．

$$\frac{d}{dt}x(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 7 & 3 \end{bmatrix} x(t), \quad x(0) = 0$$

ここで $x(t)$ は状態ベクトル，$y(t)$ はシステムの出力，$u(t)$ はシステムの入力，t は時刻を表す．

1. $x(t)$，$y(t)$，$u(t)$ の次元を答えよ．
2. このシステムの入力から出力までの伝達関数を求めよ．
3. 2. で求めた伝達関数を部分分数に展開せよ．
4. このシステムは別の形で

$$\frac{d}{dt}z(t) = \tilde{A}z(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} z(t)$$

と実現される．ここで $\tilde{A}$ は対角行列である．$\tilde{A}$ の要素の値を求めよ．

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問３】

次の制御対象を考える．

$$y(s) = P(s)\left(u(s) + d(s)\right)$$

ここで $y(s)$ は制御量，$u(s)$ は操作量，$d(s)$ は外乱，$P(s)$ は操作量から制御量までの伝達関数，s はラプラス変数である．制御系の構成は以下とする．

$$\begin{aligned} u(s) &= F(s)r(s) - w(s) \\ w(s) &= M(s)u(s) + N(s)y(s) \end{aligned} \tag{1}$$

ここで $r(s)$ は目標値，$F(s)$，$M(s)$ および $N(s)$ は線形時不変な補償要素の伝達関数である．

1. この制御系のブロック図を描け．

2. この制御系を以下のように等価な制御系に書き換えた．

$$\begin{aligned} y(s) &= P(s)\left(u(s) + d(s)\right) \\ u(s) &= C(s)(F(s)r(s) - z(s)) \\ z(s) &= N(s)y(s) \end{aligned}$$

   式 (1) に定義されている伝達関数を一つ以上用いて $C(s)$ を表せ．

3. $F(s)$，$M(s)$，$N(s)$ および $P(s)$ は次の伝達関数とする．

$$F(s) = f,\quad M(s) = \frac{m}{s+\alpha},\quad N(s) = \frac{n}{s+\alpha},\quad P(s) = \frac{1}{s} \tag{2}$$

   ここで f，m, n および α は実定数である． $y(s)/r(s) = 10/(s+10)$ となる m，n，f を定めよ．

4. 式 (2) で定義される $F(s)$，$N(s)$，$M(s)$ および $P(s)$ に対し，$y(s)/r(s) = 10/(s+10)$ となり，かつ伝達関数 $y(s)/d(s)$ が有界入力有界出力安定になるために α が満たすべき必要十分条件を示せ．

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】【Q2】【Q3】) and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】

The following relationships hold among signals $v(t), i_1(t), i_2(t), i_3(t)$ and $q_3(t)$:

$$\begin{aligned} v(t) &= L\frac{d}{dt}i_1(t) + Ri_2(t), \\ Ri_2(t) &= \frac{1}{C}q_3(t), \\ i_3(t) &= \frac{d}{dt}q_3(t), \\ i_1(t) &= i_2(t) + i_3(t), \end{aligned} \tag{1}$$

where R, L and C are constants that take positive and finite values, and t denotes the time. Answer the following questions. In each answer, give not only the conclusion but also the process leading to the conclusion.

1. Suppose that the signals in equation (1) are signals in a system and that the system's input is $v(t)$. Define and show an appropriate state vector $\boldsymbol{x}(t)$ of the system and give the state equation of the system. Here, assume that $\boldsymbol{x}(t)$ is a 2-dimensional vector.

2. Answer whether the system expressed by the state equation that you found in 1. is controllable or not. If the controllability depends on the values of R, L and C, show the necessary and sufficient conditions that R, L and C must satisfy for the system to be controllable.

3. Suppose that the signals in equation (1) are signals in a system and that the system's input and output are $v(t)$ and $i_1(t)$, respectively. We express the system by the state equation that you found in 1. and an output equation for the output $i_1(t)$. Answer whether the system is observable or not. If the observability depends on the values of R, L and C, show the necessary and sufficient conditions that R, L and C must satisfy for the system to be observable.

4. Suppose that the signals in equation (1) are signals in a system and that the system's input and output are $v(t)$ and $i_3(t)$, respectively. We express the system by the state equation that you found in 1. and an output equation for the output $i_3(t)$. Answer whether the system is observable or not. If the observability depends on the values of R, L and C, show the necessary and sufficient conditions that R, L and C must satisfy for the system to be observable.

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】

Consider the state space representation of a system given by

$$\frac{d}{dt}x(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 7 & 3 \end{bmatrix} x(t), \quad x(0) = 0,$$

where $x(t)$, $y(t)$, $u(t)$ are the state vector, the output of the system and the input of the system, respectively. The symbol t denotes the time.

1. Answer the dimensions of $x(t)$, $y(t)$ and $u(t)$.
2. Determine the transfer function from the input of the system to the output of the system.
3. Expand the transfer function that you determined in 2. to partial fractions.
4. The system is represented in another form

$$\frac{d}{dt}z(t) = \tilde{A}z(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} z(t),$$

   where $\tilde{A}$ is a diagonal matrix. Answer the value of each element of $\tilde{A}$.

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】

Consider a plant given by

$$y(s) = P(s)\left(u(s) + d(s)\right),$$

where $y(s)$ is the controlled valuable, $u(s)$ is the manipulating variable, $d(s)$ is the disturbance, $P(s)$ is the transfer function from the manipulating valuable to the controlled variable, and s is the Laplace variable. The control system is synthesized as follows:

$$\begin{aligned} u(s) &= F(s)r(s) - w(s), \\ w(s) &= M(s)u(s) + N(s)y(s), \end{aligned} \tag{1}$$

where $r(s)$ is the reference, $F(s)$, $M(s)$ and $N(s)$ are the transfer functions of the linear time-invariant compensating elements.

1. Draw a block diagram of the control system.

2. The representation of the control system can be transformed equivalently to the following form:

$$\begin{aligned} y(s) &= P(s)\left(u(s) + d(s)\right), \\ u(s) &= C(s)(F(s)r(s) - z(s)), \\ z(s) &= N(s)y(s). \end{aligned}$$

   Represent $C(s)$ using one or more transfer functions defined in equation (1).

3. The elements $F(s)$, $M(s)$, $N(s)$ and $P(s)$ are determined as follows:

$$F(s) = f, \quad M(s) = \frac{m}{s+\alpha}, \quad N(s) = \frac{n}{s+\alpha}, \quad P(s) = \frac{1}{s}, \tag{2}$$

   where f, m, n and α are appropriate real constants. Determine m, n and f so that $y(s)/r(s) = 10/(s+10)$.

4. Show the necessary and sufficient condition for α so that $y(s)/r(s) = 10/(s+10)$ and that $y(s)/d(s)$ is bounded-input bounded-output stable, for $F(s)$, $M(s)$, $N(s)$ and $P(s)$ defined by equation (2).

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

D. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】
以下の各問い（【問１】，【問２】）に答えよ．解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること．

【問１】誘電率 ε_1 の誘電体 1 と誘電率 ε_2 の誘電体 2 で満たされている空間を考える。誘電体 1 と誘電体 2 とは図 1 のように接しており，その中に誘電体の境界面に中心がある半径 a の導体球が置かれている．導体球には電荷 Q を与えた．この系に関して，以下の問いに答えよ．

(1) 導体球の中心からの距離を r とすると，$r > a$ での電位は $V = \frac{k}{r}$ の形で与えられる．ただし，k は定数である．ガウスの法則を用いて k を求めよ．
(2) 系の静電容量を求めよ．
(3) 導体球が誘電体 1 と接している面上の全電荷を求めよ．
(4) 系の静電エネルギーを求めよ．

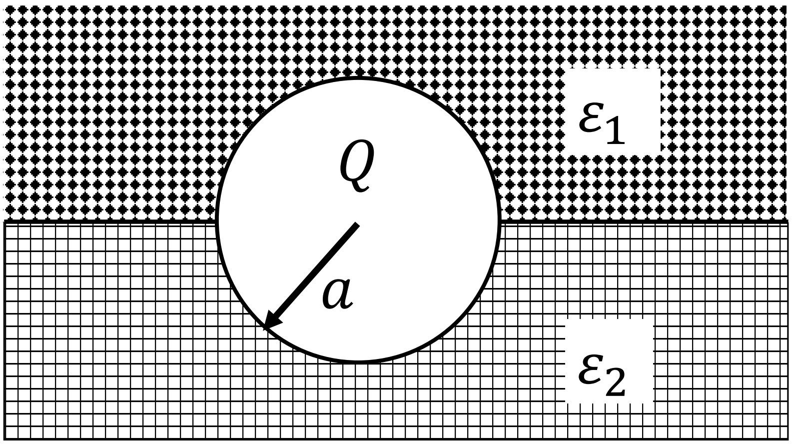


図 1

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問２】図２に示すような，起電力 V_0 の電池，抵抗 R，ソレノイドコイルが直列に接続された回路が真空中に置かれており，電流が流れている．ソレノイドコイルの長さ，半径，単位長さ当たりの巻き数はそれぞれ l，a，nである．ただし，$l \gg a$とし，端効果は無視できるとする．真空の透磁率は μ_0 とする．

(1) 図２(a) に示すように，スイッチが端子 P につながれ，一定電流が流れている場合について考える．ソレノイドコイル内の磁束密度の大きさを求めよ．
(2) ソレノイドコイルの自己インダクタンスを求めよ．
(3) 時刻 $t = 0$ にスイッチを端子 P から Q に切り替えた後，回路に $I(t) = I_0 e^{-\beta t}$ $(t \geq 0)$ の電流が流れた（図２(b)）．ソレノイドコイルに発生する誘導起電力を時間 t の関数として表せ．また β を求めよ．
(4) (3)の場合において，ソレノイドコイル内に発生する電界を，ソレノイドコイルの中心軸からの距離 r と時間 t の関数として表せ．
(5) (3)の場合において，ソレノイドコイルの中心軸からの距離 $r = a$ におけるポインティングベクトルの大きさを時間 t の関数として表せ．またその向きを求めよ．
(6) (3)の場合において，単位時間当たりにソレノイドコイルから流出するエネルギーを時間 t の関数として表せ．また，時刻 $t = 0$ から $t = \infty$ の間にソレノイドコイルから流出したエネルギーの総和を求め，それがどこで消費されたか答えよ．

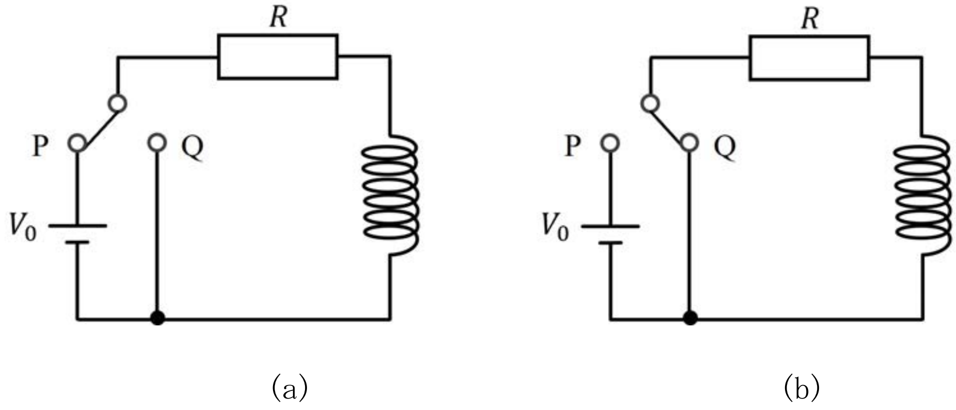


図２

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions【Q1】,【Q2】and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】A space is filled with a dielectric 1 and a dielectric 2. The permittivity of the dielectric 1 is ε_1 and the permittivity of the dielectric 2 is ε_2 . They are contacted as shown in Fig. 1, and a conducting sphere of radius a is set as its center is on the contacting plane. The conducting sphere has charge Q. Answer the following questions regarding this system.

(1) For $r > a$, the electrostatic potential is given as $V = \frac{k}{r}$, where r is the distance from the center of the conducting sphere and k is a constant. Find k using the Gauss's law.
(2) Find the capacitance of the system.
(3) Find the total charge on the surface of the conducting sphere, contacting with the dielectric 1.
(4) Find the electrostatic energy of the system.

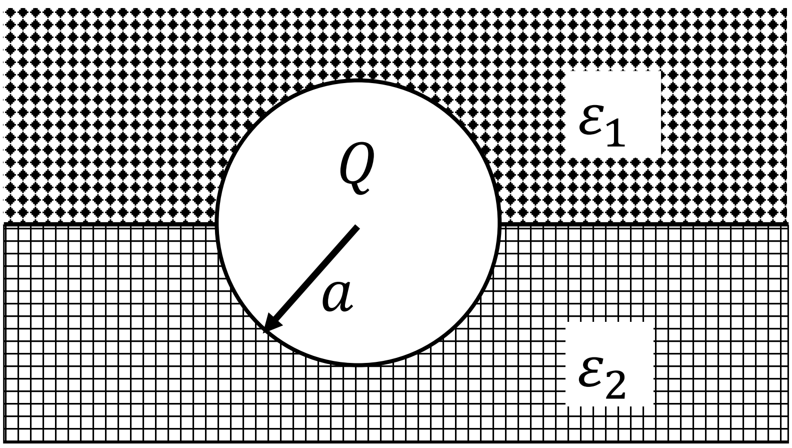


Fig. 1

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】As shown in Fig. 2, a series circuit consisting of a battery of electromotive force V_0, a resistor of resistance R, and a solenoid coil, is placed in a vacuum, and an electric current flows through the circuit. The length, radius, and number of turns per unit length of the solenoid coil are l, a, and n, respectively. Here, $l \gg a$, so that edge effects are negligible. The permeability of vacuum is μ_0.

(1) Consider the case shown in Fig. 2(a) where the switch is connected to terminal P, and a constant current flows through the circuit. Find the magnitude of the magnetic flux density inside the solenoid coil.
(2) Find the self-inductance of the solenoid coil.
(3) After the switch is moved from terminal P to terminal Q at time $t = 0$, a current $I(t) = I_0 e^{-\beta t}$ $(t \geq 0)$ flows through the circuit (Fig. 2(b)). Show the induced electromotive force in the solenoid coil as a function of time t. Also, find β.
(4) In the case of (3), show the electric field inside the solenoid coil as functions of time t and of distance r from the central axis of the solenoid coil.
(5) In the case of (3), show the magnitude of the Poynting vector as a function of time t at the distance $r = a$ from the central axis of the solenoid coil. Also, find the direction of the Poynting vector.
(6) In the case of (3), show the energy flowing out of the solenoid coil per unit time as a function of time t. Also, find the total energy flowing out of the solenoid coil between time $t = 0$ and $t = \infty$, and describe where the energy is consumed.

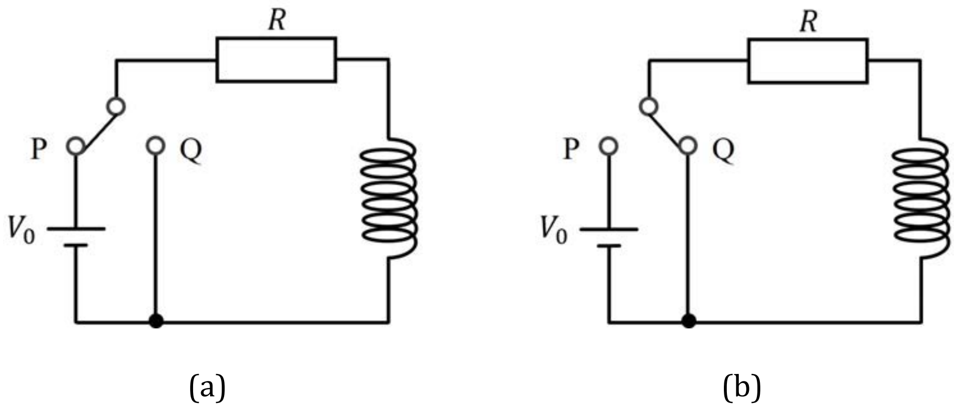


Fig. 2

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．
Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

E. 【半導体デバイス (Semiconductor device) 分野】

次の各問い（【問１】【問２】）に答えよ．解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること．

【問１】アクセプタ密度 N_A の p 型領域と，ドナー密度 N_D の n 型領域からなる pn 接合ダイオードに関する下記の設問に答えよ．ただし，電気素量を q，真性キャリヤ密度を n_i とする．

(1) 平衡状態(バイアス電圧 $V = 0$)における p 型半導体中の自由電子密度 n_{po} および n 型半導体中の自由電子密度 n_{no} は，次式で与えられる．

$$n_{po} = N_C \exp\left(-\frac{E_{Cp}-E_{Fp}}{kT}\right), \quad n_{no} = N_C \exp\left(-\frac{E_{Cn}-E_{Fn}}{kT}\right)$$

ここで，N_C は伝導帯の有効状態密度，E_{Cp}，E_{Cn} は p 型および n 型領域の伝導帯の底，E_{Fp}，E_{Fn} は p 型および n 型領域のフェルミ・エネルギーの位置，k はボルツマン定数，T は絶対温度である．これを用いて拡散電位 V_d を導出し，N_A，N_D，n_i，k，T，q を用いて表せ．

(2) 逆バイアス状態(バイアス電圧: V_R)のバンド図を描け．バンド図には，p 型領域を左側，n 型領域を右側に描き，価電子帯の頂 E_{Vp}，E_{Vn}，伝導帯の底 E_{Cp}，E_{Cn}，フェルミ・エネルギーの位置 E_{Fp}，E_{Fn}，印加バイアス V_R，pn 接合の拡散電位 V_d を記載すること．さらに，p 型領域および n 型領域の空乏層端の位置 $-x_p$，x_n を図示せよ．ただし，pn 接合界面の位置を x=0 とせよ．

(3) 逆バイアス状態(バイアス電圧: V_R)における pn 接合の空乏層内（$-x_p \leqq x \leqq x_n$）で成立するポアソン方程式を示し，これを解いて空乏層内の電界 $E(x)$ を与える式を求めよ．ただし，半導体の誘電率を ε_s とせよ．

(4) p 型領域と n 型領域の電界は，$x = 0$ で一致することに注意して，x_p と x_n の比を，N_A と N_D を用いて示せ．

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

---

(5)　pn 接合に逆方向バイアスを印加したとき，空乏層幅は 11.0 μm となり，接合界面から p 型側の空乏層領域，n 型側の空乏層領域の幅は，それぞれ 10.0 μm，1.0 μm であった．ただし，n 型領域のドナー密度 N_D は 2.0×10^{21} m^{-3}，真性キャリヤ密度は 1.5×10^{16} m^{-3} である．

①　p 型側の中性領域における自由電子密度を求めよ．

②　n 型領域のドナー密度は一定のまま，p 型領域のアクセプタ密度を 1.0×10^{20} m^{-3} に変えた．この pn 接合に逆方向電圧を印加し，接合界面から n 型側の空乏層領域の幅を 2.0 μm にした．このときの p 型側の空乏層領域の幅を求めよ．

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問２】金属-酸化膜-半導体構造を持つ電界効果トランジスタ（MOSFET）に関する以下の設問に答えよ．但し，ゲート金属の仕事関数は半導体の仕事関数と等しく，酸化膜中に電荷は存在せず，酸化膜と半導体の界面には界面準位がないものとする．またソース電極および半導体基板は接地し，ドレイン電極に十分小さい電圧を印加しているものとする．

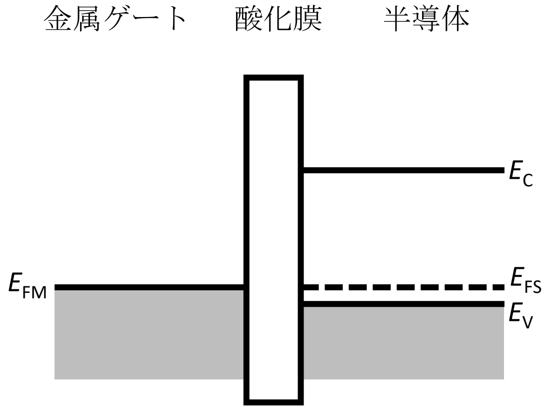


図１．$V_G = 0$ Vにおけるバンド図.

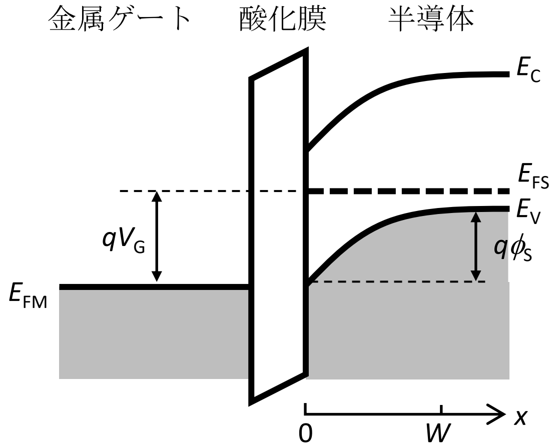


図２．$V_G > 0$ V（弱反転）におけるバンド図.

(1) 図１はゲート電圧 V_G が 0 V の時の金属-酸化膜-半導体構造のバンド図である．E_{FM}は金属のフェルミレベル，E_{FS}，E_C，E_Vはそれぞれ半導体のフェルミレベル，伝導帯下端，価電子帯上端を表す．この MOSFET は pチャネル FET か n チャネル FET か答えよ．

(2) 図２はしきい値電圧未満の正のゲート電圧を加えて弱反転させたときのバンド図である．電気素量をq，半導体の誘電率をε_S，アクセプタ密度をN_A，半導体中の電位をϕとし，図２のように界面からの距離をxとする．半導体の空乏層中の電位に関するポアソン方程式は以下のようになる．

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{qN_A}{\varepsilon_S}$$

図２のように半導体の表面電位を$\phi_S(> 0)$，空乏層の厚みをWとしたとき，Wをϕ_Sを用いて表せ．

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

---

(3) 単位面積当たりの酸化膜の静電容量をC_{OX}，単位面積当たりの空乏層の静電容量をC_Dとする．$C_D = \varepsilon_S / W$なので，C_DはV_Gの関数となるが，これを弱反転領域では一定だと近似し，$C_D / C_{OX} = m$（定数）とする．弱反転領域において，V_GをわずかにΔV_Gだけ増加させたとき，半導体の表面電位が$\Delta \phi_S$だけ増加したとする．$\Delta \phi_S$をΔV_Gとmを用いて表せ．

(4) 弱反転領域において，ドレイン電流I_Dは$\exp\left({}^{q\phi_S}/_{kT}\right)$に比例するものとする．$k$はボルツマン定数，$T$は絶対温度である．ゲート電圧が$\Delta V_G$（半導体の表面電位が$\Delta \phi_S$）変化したときの，$\log(I_D)$の変化量$\Delta \log(I_D)$を，$\Delta V_G$と$m$を用いて表せ．但し，logは常用対数，lnは自然対数とし，$\log(I_D) = \ln(I_D)/\ln(10)$を用いてもよい．

(5) I_Dを一桁増加させるのに必要なΔV_Gの大きさをサブスレッショルド係数 S（V/decade）と呼ぶ．前問(4)の結果を用いて S をq，k，T，mを用いて表し，S の最小値が$\ln(10)\, kT/q$で与えられることを示せ．

(6) $\ln(10)\, kT/q$は室温で約 60 mV/decade であり，S がこの値に近づくほど，トランジスタの動作電圧を下げることができる．S を最小値に近づけるには，酸化膜の厚み及び酸化膜の誘電率をどのようにすればよいか，また半導体のドープ量をどのようにすればよいか．設問(2)，(3)，および(5)を参考にして，それぞれ答えよ．

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions【Q1】,【Q2】and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】Answer the following questions concerning a pn junction diode, composed of p-type region with an acceptor concentration N_A and n-type region with a donor concentration N_D. Here, the elementary charge is q, and the intrinsic carrier concentration is n_i.

(1) The free electron concentration in a p-type semiconductor n_{po} and the free electron concentration in an n-type semiconductor n_{no} under the equilibrium condition (applied voltage: $V = 0$) are given by the following equations.

$$n_{po} = N_C \exp\left(-\frac{E_{Cp}-E_{Fp}}{kT}\right),\quad n_{no} = N_C \exp\left(-\frac{E_{Cn}-E_{Fn}}{kT}\right)$$

where N_C is the effective density of states in the conduction band, E_{Cp} and E_{Cn} are the bottoms of the conduction bands in the p-type and n-type semiconductors, respectively, E_{Fp} and E_{Fn} are the Fermi levels in the p-type and n-type semiconductors, respectively, k is the Boltzmann's constant, and T is the absolute temperature. Derive an equation for the diffusion voltage V_d using the equations above, and express V_d with N_A, N_D, n_i, k, T, and q.

(2) Sketch the band diagram for the diode under the reverse bias condition (applied voltage: V_R). Draw the p-type and n-type regions at the left and right sides, respectively. The energy positions of the top of the valence band E_{Vp} and E_{Vn}, the bottom of the conduction band E_{Cp} and E_{Cn}, the Fermi level E_{Fp} and E_{Fn}, and the diffusion voltage V_d should be given in the drawing. Moreover, show the edge positions $-x_p$ and x_n of the depletion region in p-type and n-type semiconductors, respectively. Here, the pn junction interface position is x=0.

(3) Describe the Poisson's equation for the depletion region ($-x_p \leqq x \leqq x_n$) under the reverse bias condition (applied voltage: V_R), and derive an equation of the electric field $E(x)$ in the depletion region. Here, the permittivity of the semiconductor is ε_s.

(4) The electric fields in the n-type region and the p-type region become equal at $x = 0$. Show the ratio of x_p to x_n by using N_A and N_D.

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

---

(5) When a reverse bias is applied to the pn junction, the width of the depletion region becomes 11.0 μm. Here, the depletion layer widths of p-type and n-type regions are 10.0 μm and 1.0 μm, respectively. Here, the donor concentration in the n-type region N_D is 2.0×10^{21} m^{-3} and the intrinsic carrier concentration in the semiconductor is 1.5×10^{16} m^{-3}.

① Answer the free electron concentration in the neutral region of the p-type semiconductor.

② The acceptor concentration in the p-type region was changed into 1.0×10^{20} m^{-3}, with keeping the donor concentration in the n-type region constant. Then, a reverse bias was applied to the pn junction to make the depletion layer width of the n-type region to be 2.0 μm. Answer the depletion layer width of the p-type region.

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】Answer the following questions concerning a field-effect transistor with a metal-oxide-semiconductor structure (MOSFET). The work function of the gate metal is assumed to be equal to that of the semiconductor, there is no charge in the oxide, and there are no interface levels at the oxide-semiconductor interface. The source electrode and the semiconductor substrate are grounded, and a sufficiently small voltage is applied to the drain electrode.

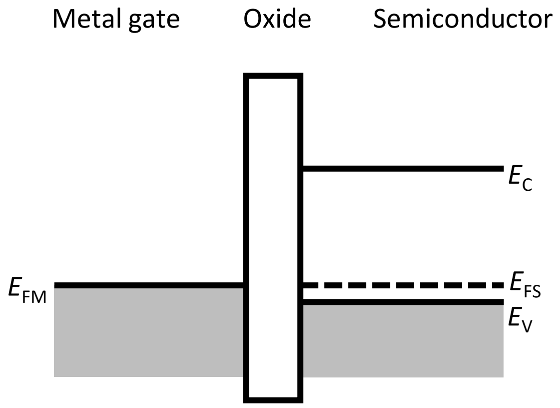


Fig. 1. A band diagram at V_G = 0 V.

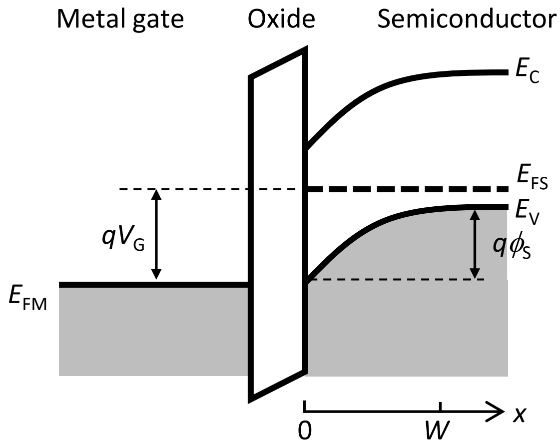


Fig. 2. A band diagram at V_G > 0 V (weak inversion).

(1) Fig. 1 shows the band diagram of the metal-oxide-semiconductor structure when the gate voltage V_G is 0 V. E_{FM} represents the Fermi level of the metal, and E_{FS}, E_C, and E_V represent the Fermi level of the semiconductor, the bottom of the conduction band, and the top of the valence band, respectively. Answer whether this MOSFET is a p-channel FET or an n-channel FET.

(2) Fig. 2 shows the band diagram when a positive gate voltage (below the threshold voltage) is applied for weak inversion. The elementary charge is q, the permittivity of the semiconductor is ε_S, the acceptor concentration is N_A, the electric potential inside the semiconductor is ϕ, and the distance from the interface is x as shown in Fig. 2. The Poisson's equation for the potential in the depletion layer of the semiconductor is as follows.

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{qN_A}{\varepsilon_S}$$

If the surface potential of the semiconductor is $\phi_S (> 0)$ and the thickness of the depletion layer is W as in Fig. 2, express W using ϕ_S.

5 分野から 2 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ．また，大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ．

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

---

(3) Let C_{OX} be the oxide capacitance per unit area and C_D be the depletion layer capacitance per unit area. Since $C_D = \varepsilon_S/W$, C_D is a function of V_G, which is approximated as constant in the weak inversion region; $C_D/C_{OX} = m$ (constant). Suppose that in the weak inversion region, when V_G is slightly increased by ΔV_G, the surface potential of the semiconductor increases by $\Delta\phi_S$. Express $\Delta\phi_S$ using ΔV_G and m.

(4) In the weak inversion region, the drain current I_D shall be proportional to $\exp\left({q\phi_S}/{kT}\right)$. Here, k is the Boltzmann's constant, and T is the absolute temperature. Express the change in $\log(I_D)$ ($\Delta\log(I_D)$) by using ΔV_G and m when the gate voltage changes by ΔV_G (the surface potential of the semiconductor changes by $\Delta\phi_S$). You may use $\log(I_D) = \ln(I_D)/\ln(10)$, where log is the ordinary logarithm and ln is the natural logarithm.

(5) The magnitude of ΔV_G required to increase I_D by one order is called the subthreshold factor S (V/decade). Express S using q, k, T, and m using the results in the previous question (4), and prove that the minimum value of S is given by $\ln(10)\, kT/q$.

(6) $\ln(10)\, kT/q$ is about 60 mV/decade at room temperature. The closer S is to this value, the lower the operation voltage of the MOSFET could be. Answer how to design the oxide thickness, the oxide permittivity, and the semiconductor doping level to bring S close to the minimum value, with reference to questions (2), (3), and (5).