

九州大学大学院システム情報科学府

電気電子工学専攻

令和6年度入学試験問題

【令和5年8月29日（火）、30日（水）】

数学 (Mathematics)

(7枚中の1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

- 問題用紙は表紙を含め7枚、解答用紙は3枚つづり(1分野につき1枚)である。

You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).

- 線形代数、解析学・微積分の2分野に加えて、ベクトル解析および確率・統計から1分野を選択し、合計3分野について解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にする。

Answer three fields in total, including Linear algebra and Analysis and calculus, and either Vector analysis or Probability and statistics. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	解析学・微積分	Analysis and calculus	4
3	ベクトル解析	Vector analysis	6
4	確率・統計	Probability and statistics	7

- 解答用紙の全部に、専攻名、受験番号および氏名を記入すること。3枚目の解答用紙については、選択した分野番号(3または4)を○で囲むこと。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, your examinee number and your name. Mark the selected field number (3 or 4) with a circle on the third answer sheet.

- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

- 解答は、日本語、英語のいずれかで記入すること。

Your answers must be written in Japanese or English.

数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

$m \times n$ 実行列 A と m 次元実ベクトル \mathbf{b} に対して, $S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid A\mathbf{x} = \mathbf{b}\}$, $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ を定義する. このとき, 以下の問いに答えよ. ただし, 以下の事実は証明なしに用いてよい.

事実. \mathbb{R} 上のベクトル空間 (線形空間) V の部分集合 W が V の部分空間である必要十分条件は以下の条件が満たされることである.

C1. $\mathbf{0} \in W$.

C2. $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in W$ ならば $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in W$.

C3. $\mathbf{u} \in W, c \in \mathbb{R}$ ならば $c\mathbf{u} \in W$.

(1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & 24 & 24 \\ 0 & 2 & 6 & 6 \end{bmatrix}$ であるとき, f の核 $\text{Ker}(f)$ の次元と基底を一組求めよ.

(2) 一般に $\text{Ker}(f)$ が \mathbb{R}^n の部分空間であることを示せ.

(3) S が \mathbb{R}^n の部分空間であるとき, $\mathbf{b} = \mathbf{0}$ であることを示せ.

(4) S が \mathbb{R}^n の部分空間, A が正方行列であるとする. このとき, A が正則行列であるならば, $S = \{\mathbf{0}\}$ であることを示せ.

数学 (Mathematics)

(7枚中の3)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

For an $m \times n$ real matrix A and an m -dimensional real vector \mathbf{b} , define $S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid A\mathbf{x} = \mathbf{b}\}$ and $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$. Answer the following questions. Note that the following fact can be used without proof.

Fact. A subset W of a vector space (linear space) V over \mathbb{R} is a subspace of V if and only if the following conditions hold.

C1. $\mathbf{0} \in W$.

C2. If $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in W$, then $\mathbf{u} + \mathbf{v} \in W$.

C3. If $\mathbf{u} \in W$ and $c \in \mathbb{R}$, then $c\mathbf{u} \in W$.

- (1) When $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & 24 & 24 \\ 0 & 2 & 6 & 6 \end{bmatrix}$, find the dimension of the kernel $\text{Ker}(f)$ of f and a basis of the kernel.
- (2) Show $\text{Ker}(f)$ is a subspace of \mathbb{R}^n in general.
- (3) Suppose that S is a subspace of \mathbb{R}^n . Show $\mathbf{b} = \mathbf{0}$.
- (4) Suppose that S is a subspace of \mathbb{R}^n and A is a square matrix. Show $S = \{\mathbf{0}\}$ if A is invertible.

数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

2. 【解析学・微積分 (Analysis and calculus) 分野】

(1) 積分

$$I = \int_0^{\infty} x^5 \exp(-x^4) dx$$

を計算せよ。ただし、 $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) dx = \sqrt{\pi}$ を証明なしに用いてよい。

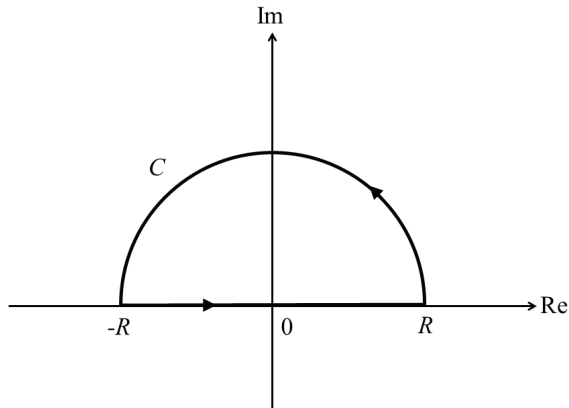
(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{dy}{dx} + y = x \sinh x$$

(3) 複素関数 $f(z) = \frac{1}{z^4 + 1}$ を考える。次の各問いに答えよ。

(a) $f(z)$ の極をすべて求めよ。

(b) 下図に示す半円 C に沿った複素積分 $\int_C f(z) dz$ を求めよ。ただし、 $R > 1$ とする。



数学 (Mathematics)

(7枚中の5)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

- (1) Calculate the integral

$$I = \int_0^{\infty} x^5 \exp(-x^4) dx,$$

where you can use $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) dx = \sqrt{\pi}$ without proving it.

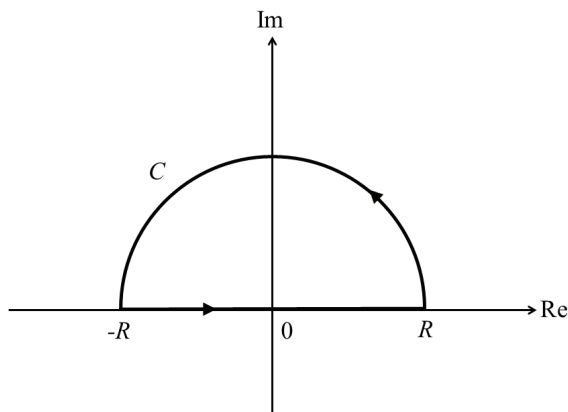
- (2) Find the general solution to the following differential equation.

$$\frac{dy}{dx} + y = x \sinh x.$$

- (3) Consider the complex function $f(z) = \frac{1}{z^4 + 1}$. Answer the following questions.

(a) Find all the poles of $f(z)$.

(b) Calculate the complex integral $\oint_C f(z) dz$, where C is a semicircle as shown in the figure below, and $R > 1$.



数学 (Mathematics)

(7枚中の6)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において、 x , y 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ \mathbf{i} , \mathbf{j} とする。次の (1), (2) に示すベクトル場 \mathbf{F} と経路 C について、線積分 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ をそれぞれ求めよ。

- (1) ベクトル場 \mathbf{F} を $\mathbf{F} = (2xy^3 - y)\mathbf{i} + (3x^2y^2 - x)\mathbf{j}$ とし、経路 C を曲線 $y^3 + x^2 - 2xy = 1$ の点 $(-13, -4)$ から点 $(5, -4)$ までの部分とする。
- (2) ベクトル場 \mathbf{F} を $\mathbf{F} = (3e^{2x} + 4y)\mathbf{i} + (x + 7ye^y)\mathbf{j}$ とする。経路 C は、点 $P(0, 0)$, 点 $Q(2, 2)$, 点 $R(4, 6)$, 点 $S(1, 3)$ を頂点とする四辺形で、 P, Q, R, S, P の順に向きづけられているとする。

The unit vectors on x and y axes of Cartesian coordinates are denoted by \mathbf{i} and \mathbf{j} , respectively. Find each line integral $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ of the vector field \mathbf{F} along the path C defined in (1) and (2).

- (1) Let $\mathbf{F} = (2xy^3 - y)\mathbf{i} + (3x^2y^2 - x)\mathbf{j}$, and C be the curve $y^3 + x^2 - 2xy = 1$ from $(-13, -4)$ to $(5, -4)$.
- (2) Let $\mathbf{F} = (3e^{2x} + 4y)\mathbf{i} + (x + 7ye^y)\mathbf{j}$, and C be the quadrilateral with vertices at points $P(0, 0)$, $Q(2, 2)$, $R(4, 6)$ and $S(1, 3)$, which is directed from P to Q , Q to R , R to S and S to P .

数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

分野毎に解答用紙を別にする事。
Use a separate answer sheet for each field.

4. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

箱の中に N_1 個の白いボールと N_2 個の黒いボールがあり、その総数を $N = N_1 + N_2$ とする。この箱から2つのボールをランダムに選び、両方が白いボールである確率は $1/2$ であるとする。

- (1) N_2 が奇数のとき N_1 の最小値を求めよ。
- (2) N_2 が偶数のとき N_1 の最小値を求めよ。
- (3) N を値の小さい順に3つ求めよ。

A box contains N_1 white and N_2 black balls, and the total number of balls is $N = N_1 + N_2$. When two balls are randomly drawn from the box, the probability that both balls are white is $1/2$.

- (1) Find the minimum value of N_1 when N_2 is an odd number.
- (2) Find the minimum value of N_1 when N_2 is an even number.
- (3) Find the three smallest values of N .

専門科目 (Specialized subjects)

(1/25)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め 25 枚, 解答用紙は 3 枚つづり 2 部 (1 分野につき 1 部) である。
You are given 25 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).
- 以下の 5 分野から 2 分野を選び解答すること。解答用紙は 1 分野につき 1 部, 大問 1 つあたり 1 枚を使用すること。1 枚に大問 2 問以上の解答を書いてはならない。
Select 2 fields out of the following 5 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected. One sheet in a set is for one question.
You may not use one sheet for two or more questions

	分野	field	page
A	電気回路	Circuit theory	2
B	電子回路	Electronic circuits	6
C	制御工学	Control engineering	10
D	電磁気学	Electromagnetism	16
E	半導体デバイス	Semiconductor device	20

- 解答用紙の全部に, 選択分野名, 受験番号, 氏名および問題番号を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the selected field, your examinee number, your name, and the question number.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが, その場合は, 裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate so clearly on the sheet.
- 解答は, 日本語, 英語のいずれかで記入すること。
Your answers must be written in Japanese or English.

専門科目 (Specialized subjects)

(2/25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

A. 【電気回路 (Circuit theory) 分野】

次の各【問1】～【問3】に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 図1の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、端子間には $e(t) = \sin 2t$ [V] の交流電圧が印加されているとする。

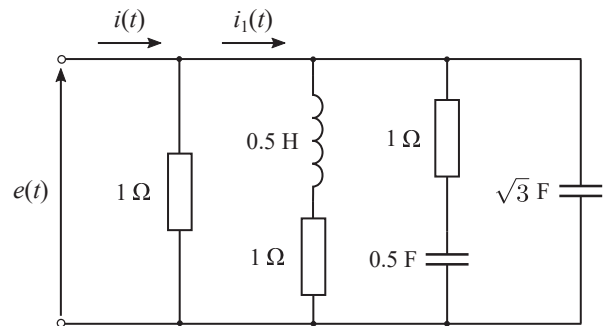


図1

- (1) 端子間のインピーダンスを求めよ。
- (2) 電流 $i(t)$ を求めよ。
- (3) $i(t)$, $i_1(t)$ のフェーザ表記をそれぞれ I , I_1 としたとき、 $|\frac{I_1}{I}|$ はいくらになるか答えよ。

【問2】 図2の回路において、 Z_G を変えることで負荷インピーダンス Z_L で消費される電力を最大化したい。以下の問いに答えよ。ただし、 J は交流電流源であり、 Z_1 で表される二端子対網は以下に示すインピーダンス行列 (Z 行列) のように表されるとする。また、図内の破線で囲まれた部分に示された数値は全てインピーダンスを示すものである。

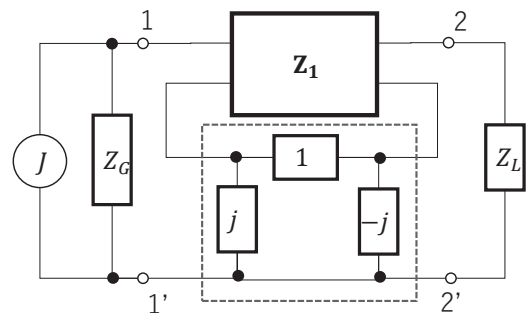


図2

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{pmatrix} 1+j & -1+\sqrt{7} \\ -1+\sqrt{7} & 1-j \end{pmatrix}$$

- (1) 破線で囲まれた部分を二端子対網と見なし、この部分に相当するアドミタンス行列 (Y 行列) \mathbf{Y}_2 を求めよ。ただし、破線内の数値はインピーダンスであることに留意せよ。さらに1-1' 端子と2-2' 端子からなる二端子対網の Z 行列 \mathbf{Z}_0 を求めよ。
- (2) 2-2' 端子から左側を見た出力インピーダンス Z_{out} を Z_G を含む式として求めよ。
- (3) $Z_L = 1 + j2$ のとき、 Z_L での消費電力が最大になる Z_G を求めよ。

専門科目 (Specialized subjects)

(3/25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問3】 図3の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、 $E = 5$ [V], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω], $C = 2$ [F]であり、スイッチSを閉じる前の回路は定常状態にあるとする。

- (1) 時刻 $t = 0$ でスイッチSを閉じた直後の電荷量 $q(0)$ を求めよ。
- (2) $t > 0$ における電流 $i(t)$ を求めよ。

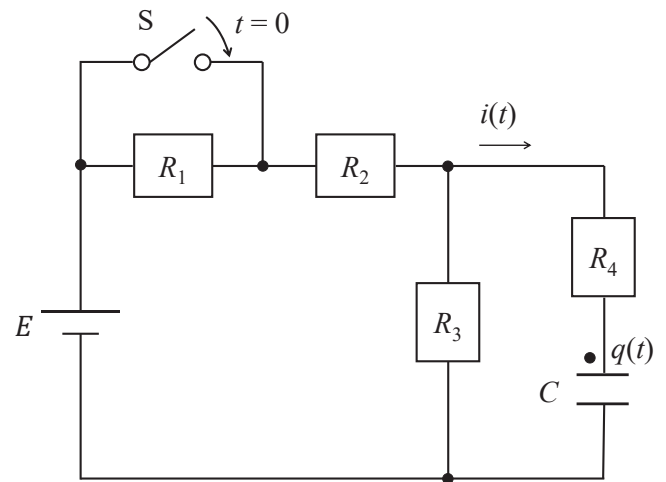


図3

専門科目 (Specialized subjects)

(4/25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】 【Q2】 【Q3】) and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 Consider the circuit shown in Fig. 1, where the alternating voltage $e(t) = \sin 2t$ [V] is applied to the terminals. Answer the following questions.

- (1) Find the impedance at the terminals.
- (2) Find the current $i(t)$.
- (3) The phaser expressions of $i(t)$ and $i_1(t)$ are I and I_1 , respectively. Find the value of $\left| \frac{I_1}{I} \right|$.

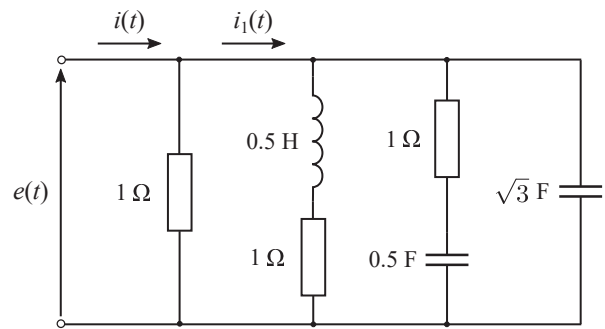


Fig. 1

【Q2】 Consider the circuit shown in Fig. 2. The objective is to maximize the power consumed at the load impedance Z_L by optimizing Z_G . Find the solution by answering to the following questions, where J is the alternative current source, and the two-port pair network represented by \mathbf{Z}_1 has the impedance matrix (Z -matrix) parameters as follows. Note that all values shown in the dashed line in the figure are impedances.

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{pmatrix} 1 + j & -1 + \sqrt{7} \\ -1 + \sqrt{7} & 1 - j \end{pmatrix}$$

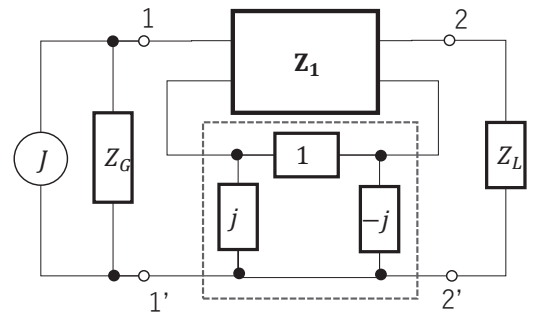


Fig. 2

- (1) Consider the area enclosed by the dashed line as a two-port pair network described by admittance matrix (Y -matrix) \mathbf{Y}_2 , and find \mathbf{Y}_2 , where note that all values in the dashed line are impedances. Furthermore, find the Z -matrix \mathbf{Z}_0 of the two-port pair network between 1-1' and 2-2' ports.
- (2) Find the output impedance Z_{out} considering left side from 2-2' port as an expression involving Z_G .
- (3) Find Z_G that maximizes power consumption at Z_L when $Z_L = 1 + j2$.

専門科目 (Specialized subjects)

(5/25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the circuit shown in Fig. 3, where $E = 5$ [V], $R_1 = 1$ [Ω], $R_2 = 2$ [Ω], $R_3 = 3$ [Ω], $R_4 = 4$ [Ω], $C = 2$ [F], and the circuit is in steady state before the switch S is closed.

- (1) Find the charge $q(0)$ just after the switch S is closed at $t = 0$.
- (2) Find the current $i(t)$ at $t > 0$.

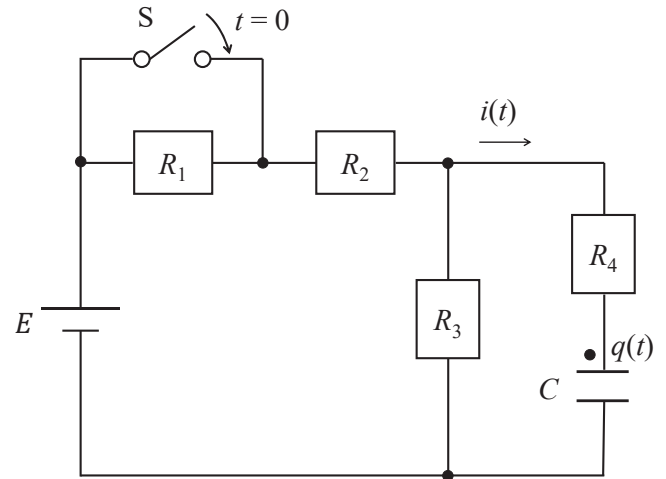


Fig. 3

専門科目 (Specialized subjects)

(6 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

B. 【電子回路 (Electronic circuits) 分野】

次の各問い (【問1】，【問2】) に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 図1に示す回路において、入力電圧 V_i のラプラス変換を $V_i(s)$ 、出力電圧 V_o のラプラス変換を $V_o(s)$ 、入力電流 I_i のラプラス変換を $I_i(s)$ とするとき、次の問いに答えよ。ただし、演算増幅器は理想的であるとする。

- (1) 電圧利得の伝達関数 $G(s) = V_o(s)/V_i(s)$ を求めよ。
- (2) 電圧利得の周波数伝達関数 $G(j\omega)$ について、大きさ $|G(j\omega)|$ と位相 $\angle G(j\omega)$ のボード線図を折れ線近似で描け。
- (3) 入力インピーダンス $Z_i(s) = V_i(s)/I_i(s)$ を求めよ。
- (4) 入力インピーダンスの周波数特性 $Z_i(j\omega)$ について、大きさ $|Z_i(j\omega)|$ と位相 $\angle Z_i(j\omega)$ のグラフを折れ線近似で描け。

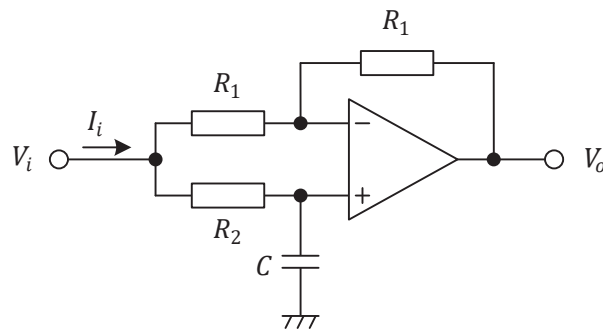


図1

専門科目 (Specialized subjects)

(7 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】 図2に示すLC正弦波発振器について、次の問いに答えよ。ただし、演算増幅器は理想的であるとする。

- (1) 増幅回路 (Aの部分) の電圧利得 G_A を求めよ。
- (2) RLC回路 (Bの部分) の電圧利得 (減衰率) G_B を求めよ。
- (3) LC正弦波発振器のループ利得 T を求めよ。
- (4) 発振が定常状態にある時の発振角周波数と振幅条件を求めよ。

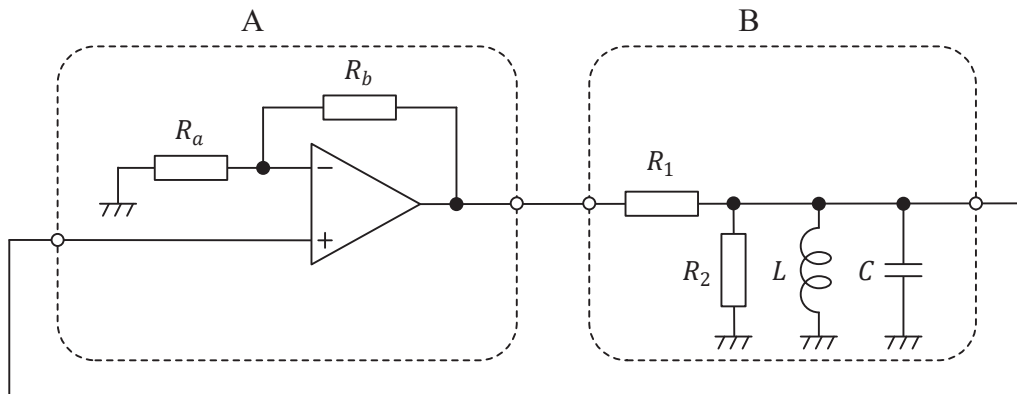


図2

専門科目 (Specialized subjects)

(8 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions 【Q1】 , 【Q2】 and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 In the circuit shown in Fig. 1, the Laplace transform of the input voltage V_i is $V_i(s)$, the Laplace transform of the output voltage V_o is $V_o(s)$, and the Laplace transform of the input current I_i is $I_i(s)$. Answer the following questions. The operational amplifier is assumed to be ideal.

- (1) Derive the transfer function of the voltage gain $G(s) = V_o(s)/V_i(s)$.
- (2) Sketch the straight-line Bode plots of the magnitude $|G(j\omega)|$ and the phase $\angle G(j\omega)$ for the frequency transfer function of the voltage gain $G(j\omega)$.
- (3) Derive the input impedance $Z_i(s) = V_i(s)/I_i(s)$.
- (4) Sketch the straight-line graphs of the magnitude $|Z_i(j\omega)|$ and the phase $\angle Z_i(j\omega)$ for the frequency characteristics of the input impedance $Z_i(j\omega)$.

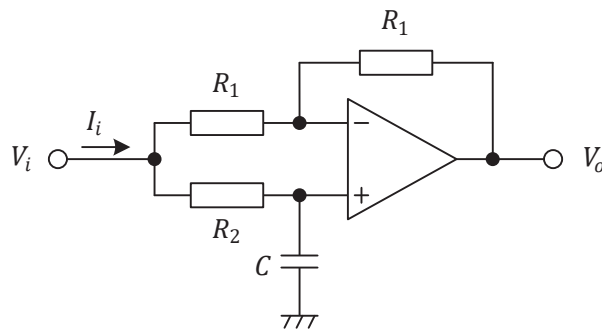


Fig. 1

専門科目 (Specialized subjects)

(9 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】 Answer the following questions on the LC sinusoidal oscillator shown in Fig. 2. The operational amplifier is assumed to be ideal.

- (1) Derive the voltage gain G_A of the amplifier circuit (part A).
- (2) Derive the voltage gain (attenuation rate) G_B of the RLC network (part B).
- (3) Derive the loop gain T of the LC sinusoidal oscillator.
- (4) Obtain the angular oscillation frequency and the condition of the amplitude for steady-state oscillation.

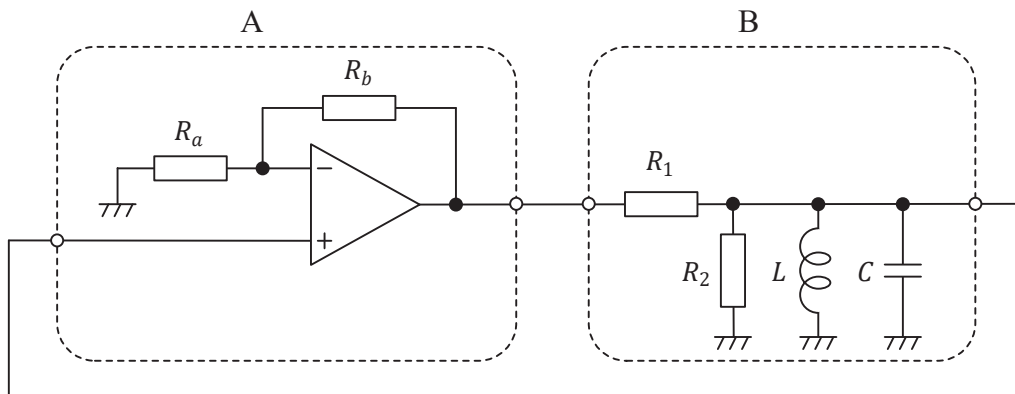


Fig. 2

専門科目 (Specialized subjects)

(10/25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

C. 【制御工学 (Control engineering) 分野】

次の各【問1】～【問3】に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】

図1に示すフィードバック制御系について以下の問に答えよ。ただし、 $R(s)$ は目標値 $r(t)$ のラプラス変換、 $Y(s)$ は制御量 $y(t)$ のラプラス変換であり、 t は時刻、 s はラプラス変換の変数を表す。また、 $K_p > 0$ 、 $T_i > 0$ 、 $k > 0$ 、 $T > 0$ である。解答中の数値はすべて整数または小数で表現し、伝達関数は s の多項式を用いた分数式として表現せよ。

- (1) この制御系の開ループ伝達関数を求めよ。
- (2) この制御系の閉ループ伝達関数を求めよ。
- (3) この制御系の安定判別を行え。
- (4) この制御系に目標値として $r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$ を与えたときの定常偏差を求めよ。
- (5) $k = 1, T = 1$ のとき、閉ループ伝達関数の極が $-4 \pm j3$ となるように K_p, T_i の値を定めよ。ここで、 j は虚数単位である。
- (6) 任意の $k > 0, T > 0$ について、 K_p, T_i の値を適切に設定することにより、任意の2個の負の実数あるいは任意の1組の共役複素数（ただし実部は負）を閉ループ伝達関数の極に割り当てることができるか否かを、理由とともに答えよ。

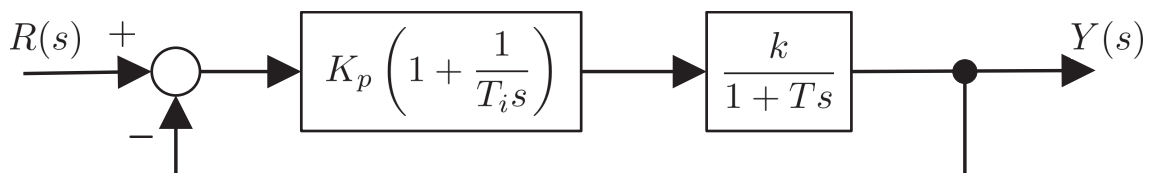


図1

専門科目 (Specialized subjects)

(11/25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】

あるシステムは分母が s の2次多項式であって分子が定数である伝達関数で表される。このシステムに入力として $u_1(t) = 1$ を与えると、十分に時間が経過した後の出力 $y_1(t)$ は2となった。また、入力として $u_2(t) = \sin 2t$ を与え、十分に時間が経過した後の入力 $u_2(t)$ と出力 $y_2(t)$ は図2に示す通りとなった。ただし、破線が $u_2(t)$ を表し、実線が $y_2(t)$ を表す。また縦の破線は二つの曲線の位置関係を表すために描かれている。このシステムの伝達関数を定めよ。ただし、 t は時刻、 s はラプラス変換の変数を表す。

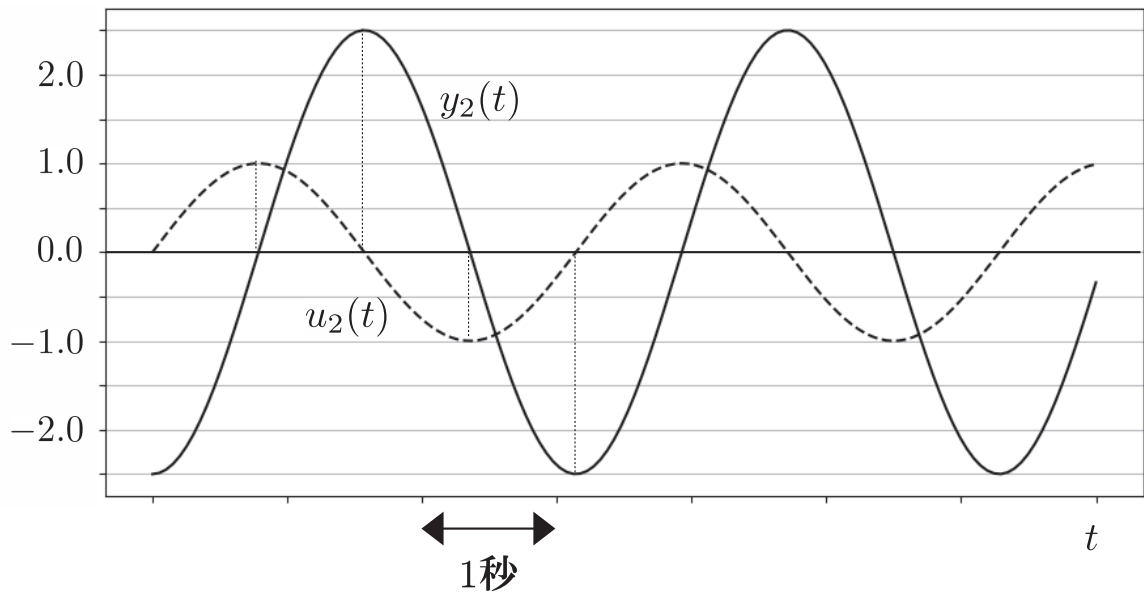


図2

専門科目 (Specialized subjects)

(12/25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問3】

次の状態方程式で表されるシステム G を考える。

$$G: \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases}$$
$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ただし b_1, b_2, b_3 はスカラーの実定数であり、 t は時刻を表す。以下の問に答えよ。

- (1) 行列 A がフルビッツ安定であることを示せ。
- (2) 行列指数関数 $\exp(At)$ を求めよ。
- (3) 初期状態が $x(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$ であり、入力が $u(t) = 0$ ($0 \leq t \leq 1$) であるとする。このとき、 $y(1)$ を求めよ。
- (4) b_1, b_2, b_3 をどのように選んでも、対 (A, B) は可制御にならないことを示せ。

専門科目 (Specialized subjects)

(13/25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】【Q2】【Q3】) and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】

Answer the following questions regarding the feedback control system depicted in Fig.1, where $R(s)$ is the Laplace transform of the reference $r(t)$, $Y(s)$ stands for the Laplace transform of the controlled variable $y(t)$, t stands for time, s is the variable in the Laplace transform. Also, $K_p > 0$, $T_i > 0$, $k > 0$, and $T > 0$. When providing your answers, express numerical values as integers or decimals, and transfer functions as polynomial fractions in s .

- (1) Find the open-loop transfer function of the control system.
- (2) Find the closed-loop transfer function of the control system.
- (3) Determine the stability of the control system.
- (4) Find the steady state error when $r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$ is applied, as the reference, to the control system.
- (5) Determine the values of K_p and T_i such that the poles of the closed-loop transfer function are at $-4 \pm j3$ when $k = 1$ and $T = 1$. Here j stands for the imaginary unit.
- (6) Answer with the reason whether or not we can assign any two negative real values or any pair of conjugate complex numbers with negative imaginary parts to the poles of the closed-loop transfer function by appropriately choosing values of K_p and T_i for any $k > 0$ and $T > 0$.

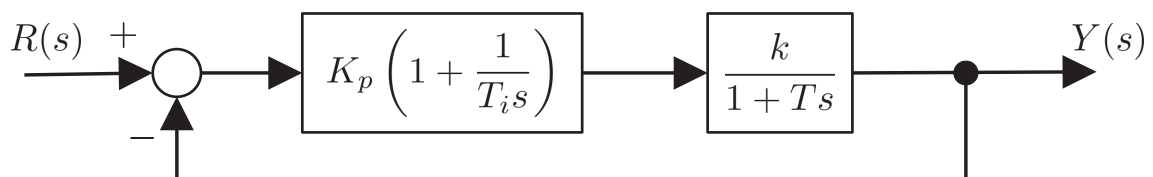


Fig.1

専門科目 (Specialized subjects)

(14/25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】

A system is represented by a transfer function where its denominator is a second degree polynomial in s and its numerator is a constant. We feed $u_1(t) = 1$ as the input to the system, and we have 2 as the value of output $y_1(t)$ after a sufficiently long time has passed. Also, when we apply the input $u_2(t) = \sin 2t$ to the system, we obtain the input $u_2(t)$ and the output $y_2(t)$ as shown in Fig.2 after a sufficiently long time has passed. Here the dashed line indicates $u_2(t)$ and the solid line represents $y_2(t)$. The vertical dashed lines are drawn to clarify the relative positions of the two curves. Determine the transfer function of the system. Here, t stands for time, and s is the variable in the Laplace transform.

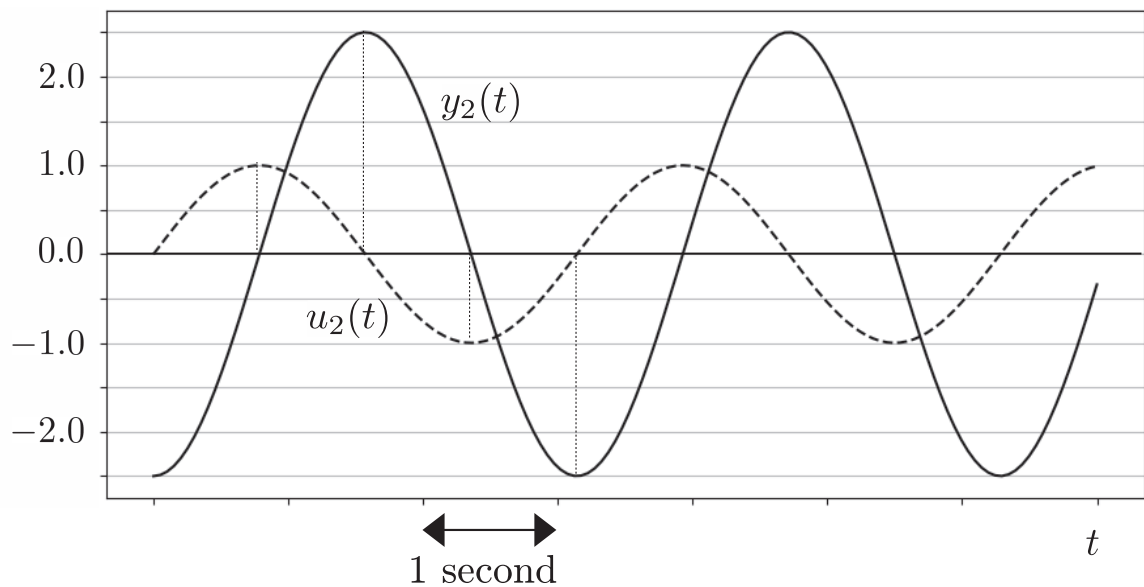


Fig.2

専門科目 (Specialized subjects)

(15/25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q3】

Consider the system G given by the following state equation.

$$G: \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases}$$
$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Here, b_1 , b_2 , and b_3 are scalar and real constants and t stands for time. Answer the following questions.

- (1) Prove that the matrix A is Hurwitz stable.
- (2) Calculate the matrix exponential $\exp(At)$.
- (3) Suppose the initial state is given by $x(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$ and the input is given by $u(t) = 0$ ($0 \leq t \leq 1$). Calculate $y(1)$.
- (4) Prove that the pair (A, B) cannot be controllable for any b_1 , b_2 , and b_3 .

専門科目 (Specialized subjects)

(16 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each

D. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】

以下の各問い（【問1】，【問2】）に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】 図1のように、半径 a, b, c の3つの同心導体球殻から成る導体1と、半径 a, c の2つの同心導体球殻から成る導体2を、真空中に中心間距離 d で置く。それぞれ最も内側にある半径 a の導体球殻に電荷 Q_1, Q_2 を与えた。ここで、球殻の厚みは無視でき、 $d \gg a, b, c$ であり、真空の誘電率を ϵ_0 とする。

- (1) 最も外にある半径 c の導体球殻の外面に現れる電荷を、導体1と導体2それぞれについて示せ。
- (2) 最も外にある半径 c の導体球殻の電位を、導体1と導体2について求めよ。ただし無限遠での電位を0とする。
- (3) 導体1と導体2の静電エネルギーをそれぞれ求めよ。
- (4) 導体1と導体2の最も外にある半径 c の導体球殻間を導線で接続した。充分時間が経った後のこの系の全静電エネルギーを求めよ。ただし、導線に蓄えられる電荷は無視できるものとする。

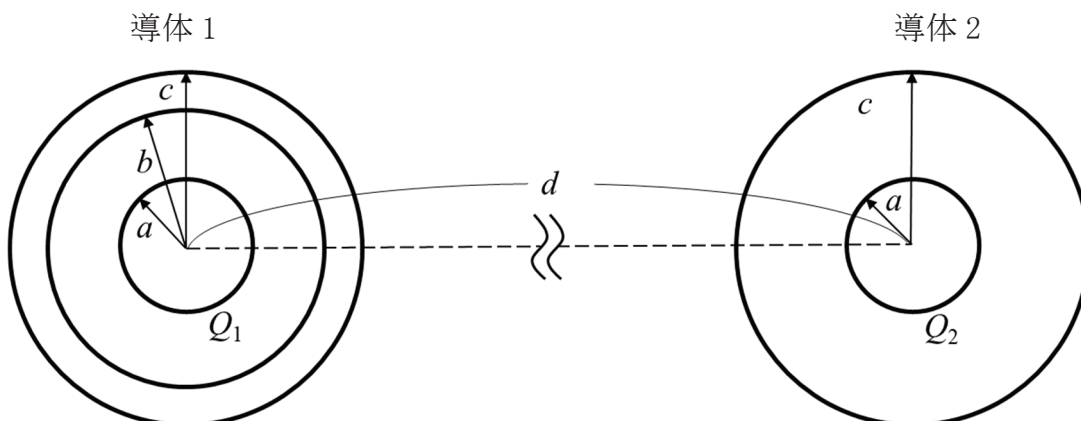


図1

専門科目 (Specialized subjects)

(17 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each

【問2】 図2に示すように、 $z \geq 0$ の領域において、 x 軸の正の向きに一様かつ時間変化のない磁束密度 \mathbf{B} がある。 $z < 0$ の領域では磁束密度は0である。抵抗が R で1辺の長さが a の正方形コイル ABCD が点 $P(0, 0, z)$ を中心として、 y - z 平面内に、辺 AB が y 軸に平行になるように真空中に置かれている。誘導電流によって発生する磁界は無視できるとする。

- (1) コイルに外力を加え、 z 軸の負の向きに一定の速さ v_c で運動させた。この時、コイルに生じる誘導起電力、ならびに誘導電流の大きさを求めよ。
- (2) (1)において、コイルの中心 P の z 座標が $-a/2 < z < a/2$ の間にある時、コイルを速さ v_c で動かすために必要な外力の大きさを求めよ。ここでは、正方形コイルの質量は無視できるとする。
- (3) (1)において、コイルの中心 P の座標が $(0, 0, a/2)$ から $(0, 0, -a/2)$ まで動く時、外力によりコイルになされる仕事、ならびにコイルに発生するジュール熱を求めよ。またそれらの導出過程も示せ。ここでは、正方形コイルの質量は無視できるとする。
- (4) コイルを重力のもとで落下させる。重力は z 軸の負の向きに働き、重力加速度は g である。コイルの中心 P の z 座標が $-a/2 < z < a/2$ の間にある時、時刻 t におけるコイルの速さ $v(t)$ を求めよ。ここでは、コイルの質量は無視できないとし、その大きさは m とする。また $t = 0$ において、コイルの速さは $v(t) = 0$ とし、その時コイルの中心 P の z 座標は $-a/2 < z < a/2$ の間にあるとする。

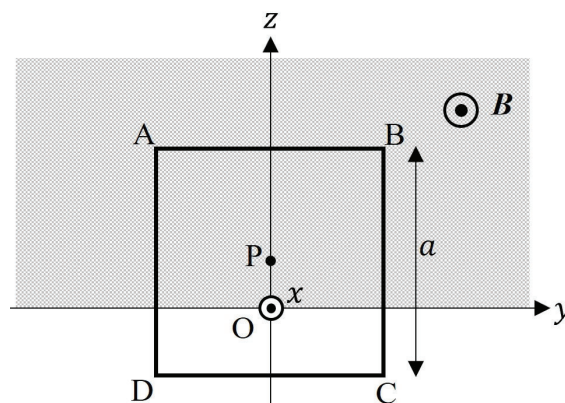


図2

専門科目 (Specialized subjects)

(18 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each

Answer the following questions ([Question 1] [Question 2]) and write the number of the selected question on the answer sheet.

[Question 1] As shown in Fig. 1, Conductor 1 consists of three concentric spherical shells with radii a , b , and c , and Conductor 2 consists of two concentric spherical shells with radii a and c , where they are placed with a center-to-center distance of d in vacuum. The innermost shells of radius a in both Conductor 1 and Conductor 2 are charged with Q_1 and Q_2 , respectively. All spherical shells have negligibly small thickness, $d \gg a, b, c$, and the electrical permittivity in vacuum is ϵ_0 .

- (1) Give the electric charges which appear on the outside surfaces of the outermost spherical shells of radius c for each of Conductor 1 and Conductor 2.
- (2) Give the electric potentials of the outermost spherical shells of radius c for each of Conductor 1 and Conductor 2. The electric field at infinity is taken as zero.
- (3) Give the values of the electrostatic energy of Conductor 1 and Conductor 2, respectively.
- (4) Two outermost spheres of radius c were connected to each other with a conductive wire. Find the electrostatic energy of the system. Assume that the electric charge stored in the wire is negligible.

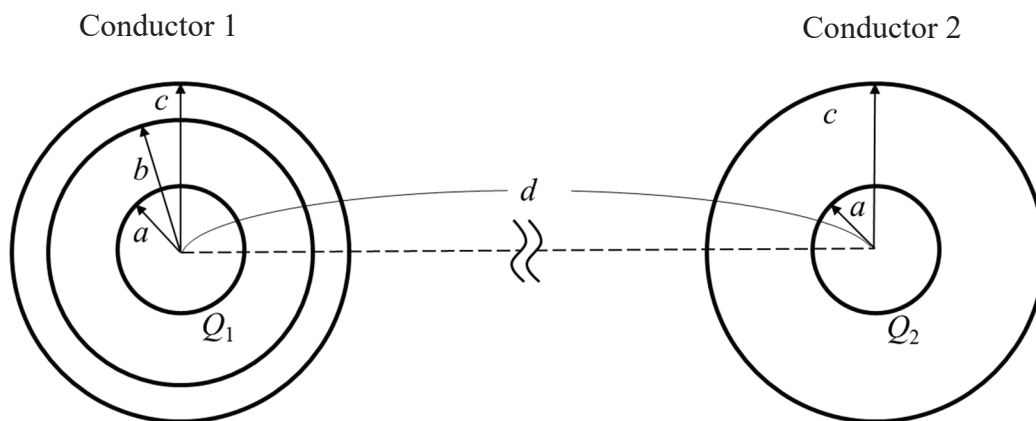


Fig. 1

専門科目 (Specialized subjects)

(19 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each

[Question 2] As shown in Fig. 2, a uniform static magnetic field \mathbf{B} is in the positive x direction in the region $z \geq 0$. The magnetic field is zero in the region $z < 0$. A square coil ABCD of resistance R and side length a is placed in vacuum in the y - z plane, and the side AB is parallel to the y axis. The center of the coil, P, is at the point $(0, 0, z)$. Assume that the magnetic field generated by the induced current flowing in the coil is negligible.

- (1) Let an external force be applied so that the coil moves at a constant speed v_c in the negative z direction. Show the magnitude of the induced electromotive force and the magnitude of the induced current in the coil.
- (2) In the case of (1), show the magnitude of the external force needed to make the coil move at the speed v_c when the z coordinate of the point P, the center of the coil, is in the range $-a/2 < z < a/2$. Here, the mass of the coil is negligible.
- (3) In the case of (1), show the work done by the external force on the coil and the Joule heat generated in the coil when the coordinate of the point P, the center of the coil, is moved from $(0, 0, a/2)$ to $(0, 0, -a/2)$. Also, show how to derive them. Here, the mass of the coil is negligible.
- (4) The coil is released and falls under the influence of gravity. The gravity is in the negative z direction, and the acceleration of gravity is g . Find the speed $v(t)$ of the coil at a time t when the z coordinate of the point P, the center of the coil, is in the range $-a/2 < z < a/2$. Here, the mass of the coil, m , is not negligible. Assume that at $t = 0$, $v(t) = 0$ and the z coordinate of the point P is in the range $-a/2 < z < a/2$.

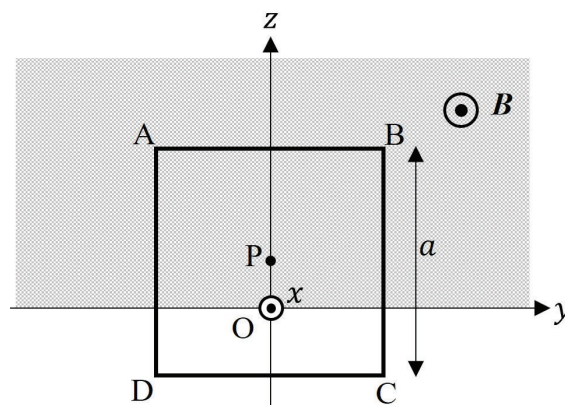


Fig. 2

専門科目 (Specialized subjects)

(20 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

E. 【半導体デバイス (Semiconductor device) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入すること。

【問1】

n型半導体 A, B, C に関する下記の設問に答えよ。ただし、 A, B, C の室温における自由電子濃度は、それぞれ、 1.0×10^{20} , 1.0×10^{22} , $1.0 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ である。 A のバンドギャップは B と等しく、 C のバンドギャップは A よりも大きい。また、 A, B, C の伝導帯および価電子帯の有効状態密度は等しい。

- (1) A および C について、自由電子濃度の温度依存性を示すグラフを模式的に描け。グラフには、自由電子濃度の対数表示を縦(y)軸、絶対温度 T の逆数を横(x)軸に取り、 A および C の自由電子濃度をそれぞれ実線および破線で描け。また、温度依存性の様子に応じ、低温、中温、高温の領域を図示せよ。
- (2) 中温領域において、 A および B の電子移動度の温度依存性は、それぞれ、温度 T_A および T_B でピークをもつ山型の曲線となる。移動度の対数表示を縦(y)軸、絶対温度 T の対数表示を横(x)軸に取り、 A および B の移動度の温度変化を模式的に比較して示せ。
- (3) 中温領域の高温側($T > T_B$)における A の抵抗率は、 B と比べて大きいか、小さいか、または同等か？ 理由とともに答えよ。
- (4) 半導体 A を、長さ 10 cm、断面積 1.0 cm^2 の棒に切り出して室温に保ち、棒の両端の間に電位差 20 V を印加した。棒の両端間の抵抗、および棒を流れる正孔電流を求めよ。ただし、室温における電子および正孔の移動度を 0.14 および $0.05 \text{ m}^2/\text{Vs}$ 、真性キャリア濃度を $1.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$ 、素電荷を $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ とする。

専門科目 (Specialized subjects)

(21 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【問2】

金属-酸化膜-半導体構造を持つ電界効果トランジスタ (MOSFET) について考える。ソース電極, ドレイン電極, および半導体基板は接地し, ゲート電極にゲート電圧 (V_G) を印加するものとする。

図1(a)はゲートに $V_{FB}(< 0)$ を印加してフラットバンドにした状態, 図1(b)は $V_G = 0$ の平衡状態, 図1(c)はゲートに閾値電圧 (V_T) を印加した状態を表している。 E_C, E_V はそれぞれ半導体の伝導帯下端と価電子帯上端を, E_{FM}, E_{FS} はそれぞれ金属と半導体のフェルミ準位を, E_i は半導体が真性半導体だと仮定したときの各点でのフェルミ準位 (真性フェルミ準位) を, q は素電荷を表す。

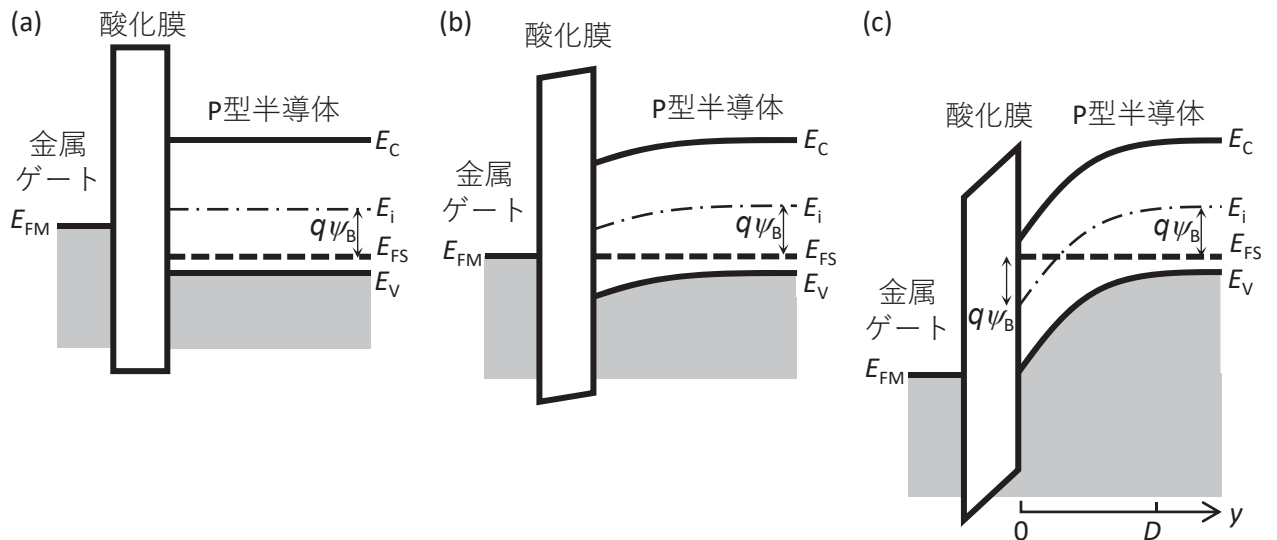


図1. (a) $V_G = V_{FB}$, (b) $V_G = 0$, (c) $V_G = V_T$ におけるMOS構造のバンド図。

MOSFETの閾値電圧 V_T の表式を求めるため, 以下の問いに答えよ。

- ゲート電極に $V_G(> V_T)$ を印加すると, 酸化膜-半導体界面にキャリアが蓄積してMOSFETはON状態となる。 $V_G(> V_T)$ を印加した時に酸化膜-半導体界面に蓄積されるキャリア密度を $V_T, V_G, q, d, \epsilon_{OX}$ を用いて表せ。但し, d は酸化膜の膜厚を, ϵ_{OX} は酸化膜の誘電率を表す。また $V_G > V_T$ では, 半導体の表面電位は V_G に殆ど依存しないものと近似し, V_G の V_T に対する超過分($V_G - V_T$)は酸化膜に印加されるものとする。

専門科目 (Specialized subjects)

(22 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

- (2) 図1(c)に示すように、 $V_G = V_T$ の時について考える。この時、半導体の内蔵電位の大きさ（バンドの曲がりの大きさを q で割ったもの）は $2\psi_B$ に等しくなる。ここで $q\psi_B$ は界面から十分離れた位置における E_i と E_{FS} の差である。半導体側の界面電界の大きさを F_S 、半導体の誘電率を ϵ_S として、 V_T を V_{FB} 、 F_S 、 ψ_B 、 d 、 ϵ_{OX} 、 ϵ_S を用いて表せ。但し、酸化膜内部の電場の大きさは $F_{OX} = \frac{\epsilon_S}{\epsilon_{OX}} F_S$ で与えられることを用いてよい。
- (3) 半導体の空乏層内でポアソン方程式を解くと、以下の静電ポテンシャル $\phi(y)$ が得られる。

$$\phi(y) = \frac{qN}{2\epsilon_S}(y - D)^2$$

ここで、 y は酸化膜-半導体界面からの距離、 D は空乏層の厚み、 N は半導体の不純物濃度を表し、 $y = D$ での空乏層端において $\phi(D) = 0$ としている。 F_S を ψ_B を用いて表し、(2)の V_T の式に代入して V_T の表式を求めよ。

専門科目 (Specialized subjects)

(23 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】、【Q2】). and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】

Answer the following questions concerning n-type semiconductors **A**, **B**, and **C**. Here, the semiconductors **A**, **B**, and **C** have free electron concentrations of 1.0×10^{20} , 1.0×10^{22} , $1.0 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$, respectively, at room temperature. The band gap of **A** is the same as that of **B**, and that of **C** is larger than that of **A**. In addition, the effective density of states of the conduction bands and valence bands for **A**, **B**, and **C** are the same value.

- (1) Draw schematically a graph showing the temperature dependence of free electron concentrations in **A** and **C**. In the graph, take the logarithmic free electron concentration as the y -axis and the inverse of the absolute temperature (T) as the x -axis, and draw the free electron concentrations in **A** and **C** with solid and broken lines, respectively. In addition, indicate the low, middle, and high temperature regions, based on the temperature dependence.
- (2) The temperature dependences of the electron mobility in **A** and **B** show convex curves with peaks at temperatures T_A and T_B , respectively. Draw schematically the temperature dependence of the electron mobility in **A** and **B**, taking the logarithmic mobility as the y -axis and the logarithmic absolute temperature T as the x -axis.
- (3) At a higher temperature ($T > T_B$) in the middle temperature region, is the resistivity of **A** larger, smaller, or almost equal compared with that of **B**? Answer with the reason.
- (4) The semiconductor **A** is cut into a rod with a length of 10 cm and a cross section of 1.0 cm^2 at room temperature, and a potential difference of 20 V is applied between both edges. Evaluate the resistance between both edges of the rod and the hole current flowing through the rod. Here, the electron and hole mobilities at room temperature are 0.14 and $0.05 \text{ m}^2/\text{Vs}$, respectively, the intrinsic carrier concentration is $1.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$, and the elementary charge is $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

専門科目 (Specialized subjects)

(24 / 25)

5分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

【Q2】

Consider a field-effect transistor with a metal-oxide-semiconductor structure (MOSFET). The source electrode, the drain electrode, and the semiconductor substrate are grounded, and a gate voltage V_G is applied to the gate electrode.

Fig. 1(a) shows a flat-band state with $V_{FB} (< 0)$ applied on the gate, Fig. 1(b) shows the equilibrium state with $V_G = 0$, and Fig. 1(c) shows the state with a threshold voltage (V_T) applied to the gate. E_C and E_V represent the lower conduction band edge and the upper valence band edge of the semiconductor, E_{FM} and E_{FS} represent the Fermi levels of the metal and the semiconductor, E_i represents the Fermi level at each point if the semiconductor is an intrinsic semiconductor (intrinsic Fermi level), and q represents the elementary charge.

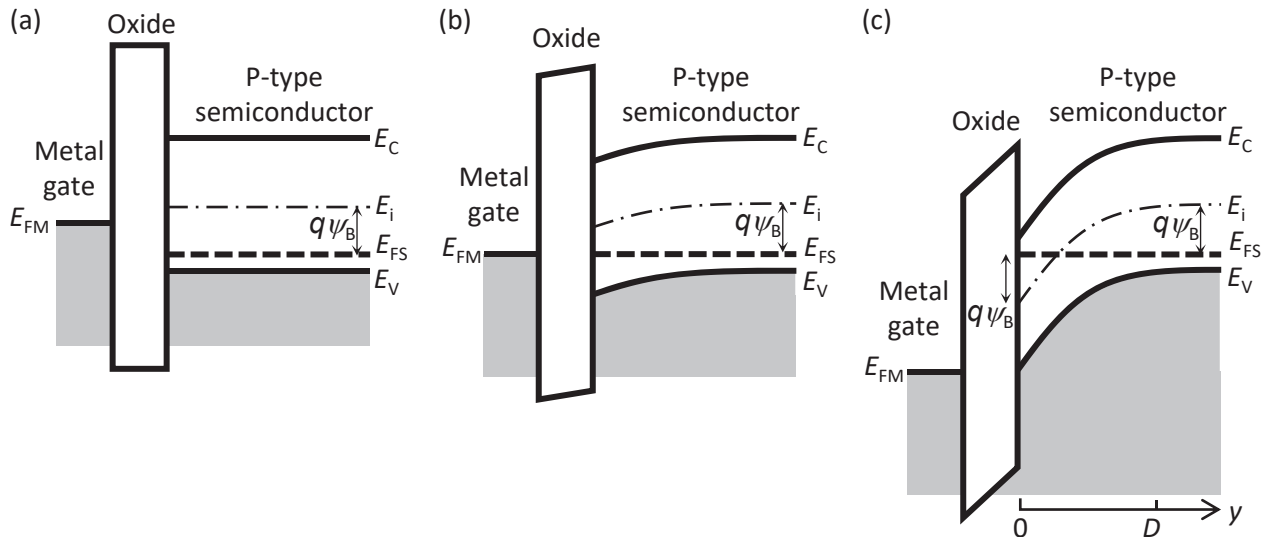


Fig. 1. Band diagrams of the MOS structure at (a) $V_G = V_{FB}$, (b) $V_G = 0$, and (c) $V_G = V_T$.

Answer the following questions to obtain an expression for the MOSFET threshold voltage V_T .

- (1) When $V_G (> V_T)$ is applied to the gate electrode, charge carriers accumulate at the oxide-semiconductor interface and the MOSFET enters the ON state. Express the carrier density that accumulates at the oxide-semiconductor interface when $V_G (> V_T)$ is applied, by using V_T, V_G, q, d , and ϵ_{OX} . Here, d is the oxide thickness, and ϵ_{OX} is the permittivity of the oxide. For $V_G > V_T$, it is assumed that the surface potential of the semiconductor is almost independent of V_G by approximation and the excess of V_G over V_T , i.e., $V_G - V_T$, is applied to the oxide.
- (2) Consider the situation at $V_G = V_T$ as shown in Fig. 1(c). In this case, the magnitude of the built-in potential in the semiconductor (the magnitude of the band bending divided by q) equals $2\psi_B$, where $q\psi_B$ is the difference between E_i and E_{FS} at a sufficient distance from the interface. Express V_T using $V_{FB}, F_S, \psi_B, d, \epsilon_{OX}$, and ϵ_S , where F_S is the magnitude of the interface electric field on the semiconductor side and ϵ_S is the permittivity of the semiconductor. It can be used that the electric field inside the oxide layer is $F_{OX} = \frac{\epsilon_S}{\epsilon_{OX}} F_S$.

専 門 科 目 (Specialized subjects)

(25 / 25)

5 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 5 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use an answer sheet for each question.

- (3) Solving Poisson's equation in the depletion layer of a semiconductor, the electrostatic potential $\phi(y)$ is given as follows.

$$\phi(y) = \frac{qN}{2\epsilon_S}(y - D)^2$$

Here, y is the distance from the oxide-semiconductor interface, D is the depletion layer thickness, N is the impurity concentration in the semiconductor, and $\phi(D) = 0$ is assumed at the depletion layer edge $y = D$. Express F_S using ψ_B and substitute it into the V_T formula in (2) to obtain an expression for V_T .